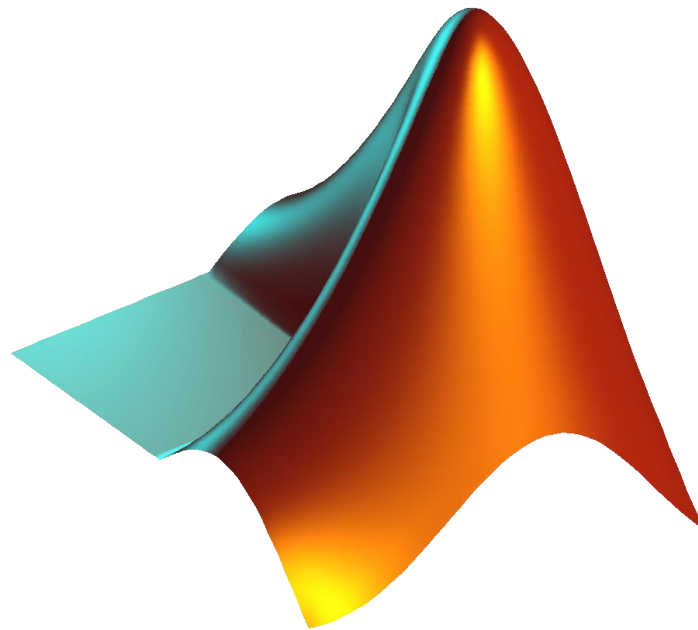




UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLÁN, CAMPO IV.

TUTORIAL DE MATLAB



TEORÍA DE CONTROL Y ROBÓTICA

ELABORADO POR: PAMELA LIZETH TRUEBA AGUADO

ÍNDICE

1. DIAGRAMAS DE BLOQUES	
1.1 Ejemplo 1	4
1.2 Obtención de diagramas en matlab	5
1.3 Comandos	5
1.4 Declaración de variables	6
1.5 Declaración para resultados	9
1.6 Colocación de coeficientes	11
1.7 Resumen de pasos a seguir	13
1.8 Ejemplo 2	14
1.9 Ejemplo 3	22
2. MODELO DE SISTEMAS EN MATLAB SIMULINK	
2.1 Ejemplo 1	31
2.2 Variables	32
2.3 ¿Cómo abrir simulink?	33
2.4 Resumen de pasos	40
2.5 Ejemplo 2	41
2.6 Ejemplo 3	44
3. TRANSFORMADA Y ANTI TRANSFORMADA DE LAPLACE	
3.1 Ejemplo 1	47
3.2 Comandos	48
3.3 Ejemplo 2	49
3.4 Ejemplo 3	51
4. FRACCIONES PARCIALES	
4.1 Comandos	53
4.2 Ejemplo 1	53
4.3 Visualización en Matlab	54
4.4 Ejemplo 2	55
4.5 Ejemplo 3	57

5. SISTEMAS DE PRIMER ORDEN	
5.1 Ejemplo 1	59
5.2 Comandos	61
5.3 Gráficas en Matlab	62
5.4 Ejemplo 2	63
5.5 Ejemplo 3	66
6. SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN	
6.1 Comandos	69
6.2 Ejemplo 1	69
6.3 Ejemplo 2	70
6.4 Ejemplo 3	71
7. CONTROLADORES P, PI, PID	
7.1 Introducción	73
7.2 Realización del sistema en Matlab	74
7.3 Ejemplo de controlador P	76
7.4 Ejemplo de controlador PI	79
7.5 Ejemplo de controlador PID	81
8. DIAGRAMA DE BODE	
8.1 Introducción	83
8.2 Ejemplo 1	83
8.3 Ejemplo 2	88
8.4 Ejemplo 3	91
8.5 Ejercicio propuesto	94
9. LGR	
9.1 Fórmulas y comandos	100
9.2 Ejemplo 1	101
9.3 Ejemplo 2	105
9.4 Ejemplo 3	108
10. BIBLIOGRAFÍA	111

Diagramas de bloques

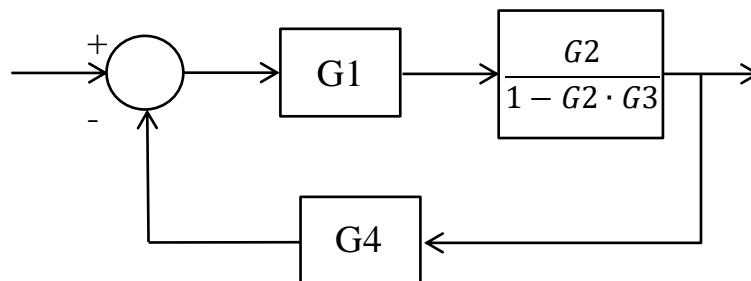
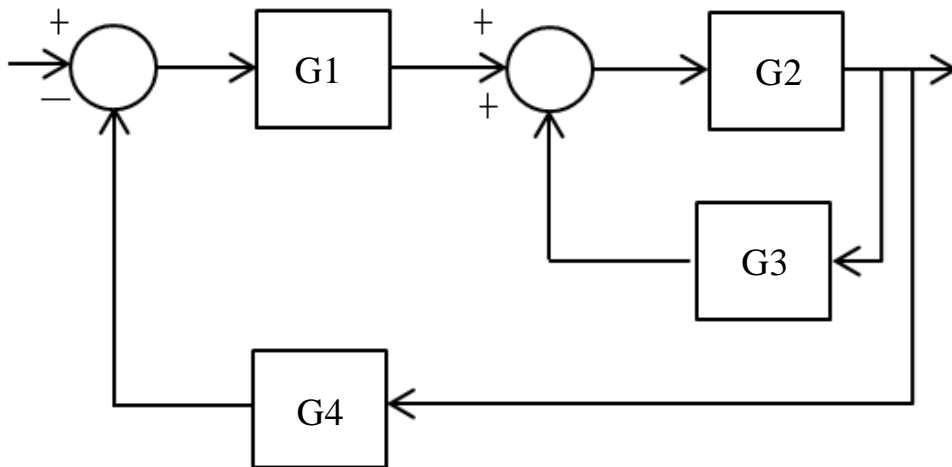
Para comenzar con este tema, habrá que obtener el diagrama de bloques y simplificarlo, entonces:

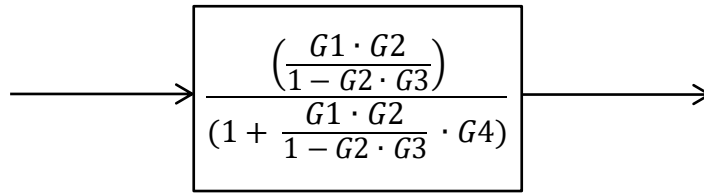
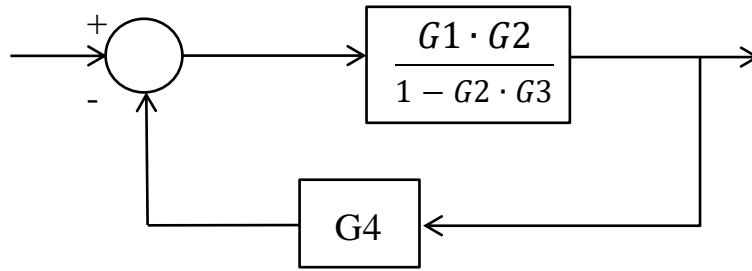
- Tendremos variables con distintos valores, pero, para mayor practicidad, los diagramas los manejaremos únicamente con la literal propuesta.

Ejemplo 1

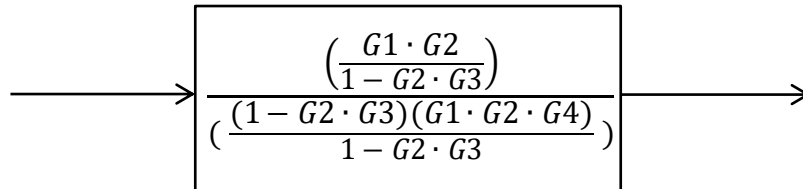
→ Para el primer ejemplo, tendremos las siguientes variables para el diagrama propuesto.

$$G1 = \frac{1}{s + 2}$$
$$G2 = \frac{s + 3}{s^2 + s + 4}$$
$$G3 = \frac{s + 8}{s + 5}$$
$$G4 = \frac{s + 5}{s^2 + 3s + 1}$$

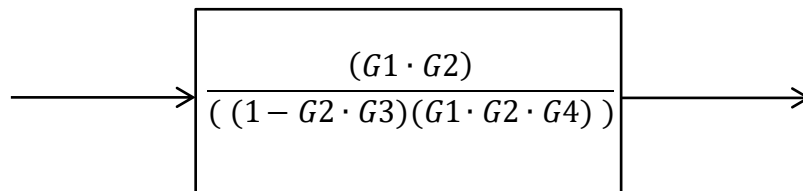




Simplificando:



Donde el resultado final es:



Finalmente, deben sustituirse los valores y volver a simplificar.

Entonces, una vez resuelto el diagrama, vamos a obtenerlo en Matlab.

- Primero, debemos saber los comandos necesarios para poder resolver este tipo de ejercicios.

Serie:

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{series}(\text{num}_x, \text{den}_x, \text{num}_y, \text{den}_y)$$

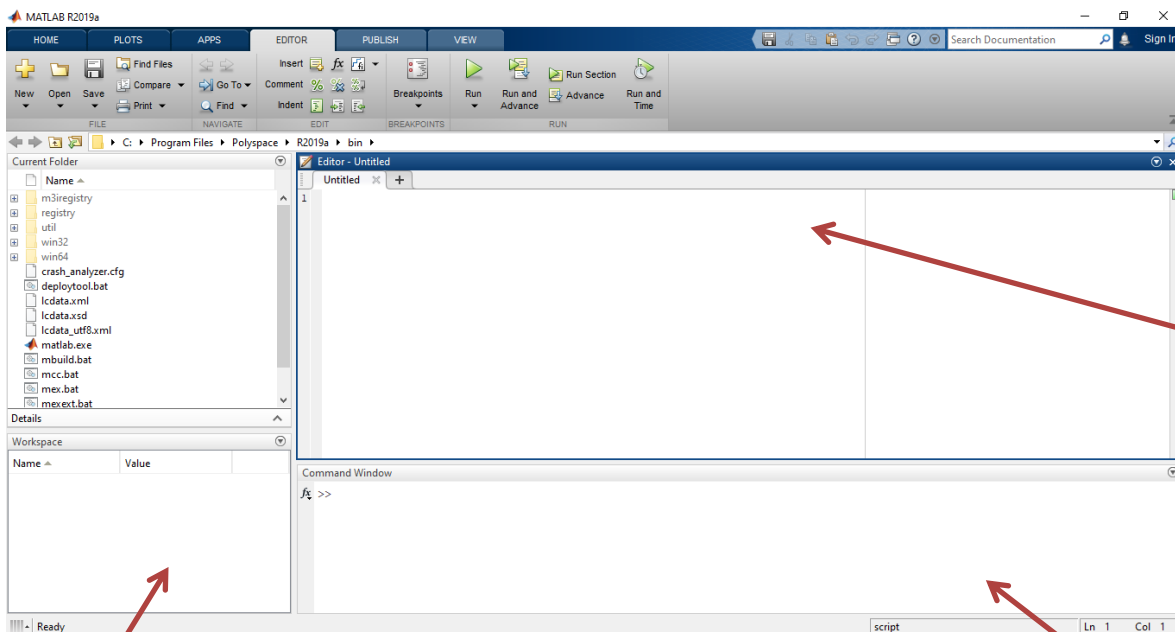
Paralelo:

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{parallel}(\text{num}_x, \text{den}_x, \text{num}_y, \text{den}_y)$$

Retroalimentación:

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{feedback}(\text{num}_x, \text{den}_x, \text{num}_y, \text{den}_y)$$

En Matlab, tenemos que introducir las variables necesarias para facilitarle al programa la solución del problema dado, entonces tendremos la siguiente pantalla, donde, trabajaremos con la ventana de comandos:



Aquí se introduce el programa

Figura 1. Pantalla principal de Matlab

Aquí aparecerán las variables

Ventana de comandos

Y las variables se introducirán de la siguiente manera:

```
numx=input('introduzca el valor del numx');  
denx=input('introduzca el valor del denx');
```

Donde:

- Letras en color vino, el mensaje que el programa enviará a la persona que lo utilice
- “x” el número correspondiente a la variable con la que queremos trabajar.

* Es importante no olvidar agregar el punto y coma “;” al finalizar cada instrucción.

Teniendo lo anterior, asignaremos las siguientes variables para el ejemplo 1:

$$\text{num1} = G1 = \frac{1}{s+2}$$

$$\text{num3} = G3 = \frac{s+8}{s+5}$$

$$\text{num2} = G2 = \frac{s+3}{s^2+s+4}$$

$$\text{num4} = G4 = \frac{s+5}{s^2+3s+1}$$

Las cuales introduciremos de la siguiente manera:

```
num1=input('introduzca el valor del num1');
```

```
den1=input('introduzca el valor del den1');
```

```
num2=input('introduzca el valor del num2');
```

```
den2=input('introduzca el valor del den2');
```

```
num3=input('introduzca el valor del num3');
```

```
den3=input('introduzca el valor del den3');
```

```
num4=input('introduzca el valor del num4');
```

```
den4=input('introduzca el valor del den4');
```

Entonces, aparecerán en la pantalla así:

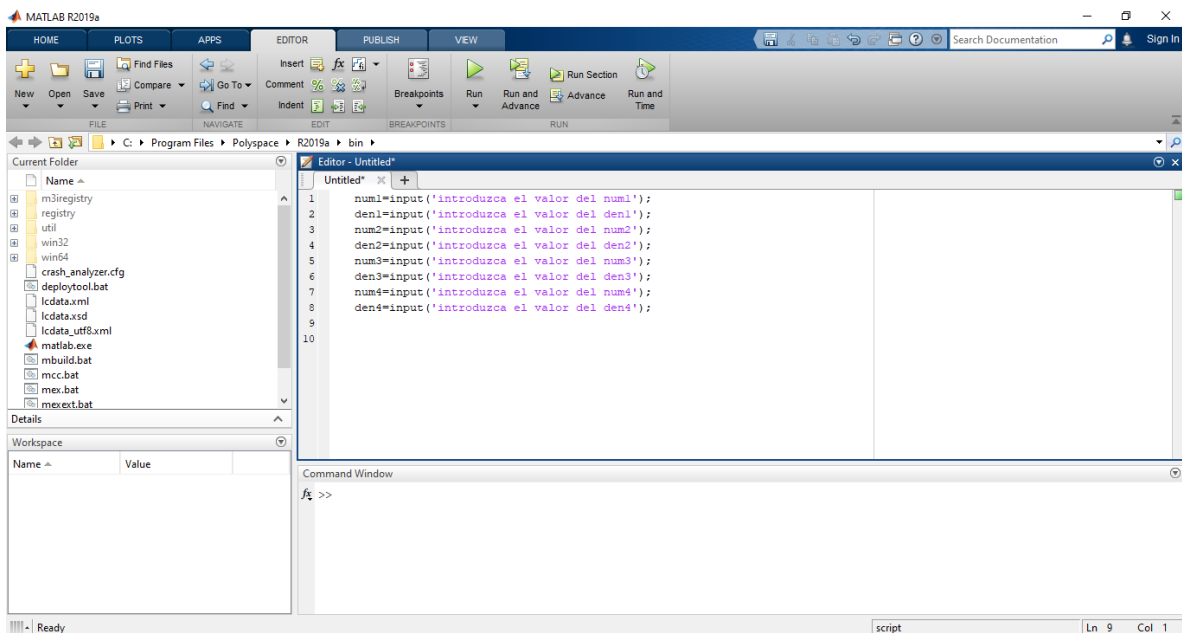


Figura 2. Variables

Ahora, debemos analizar nuestros diagramas para ver qué comandos necesitamos colocar en las instrucciones, además de definir nuevas variables para facilitar los cálculos.

Según nuestro diagrama resuelto, tenemos que observar lo siguiente para poder simplificar:

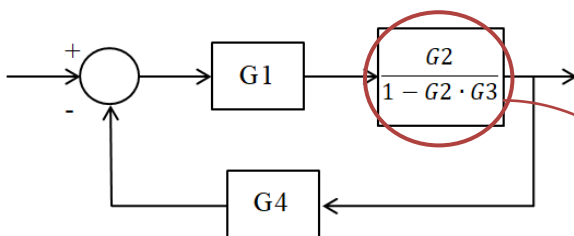


Figura 3. Simplificación de G2 y G3

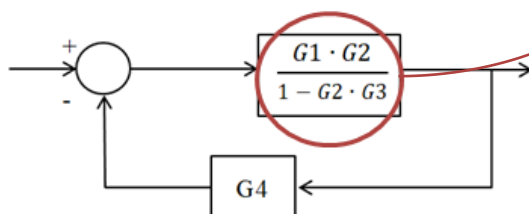


Figura 4. Simplificación de G1, G2 y G3

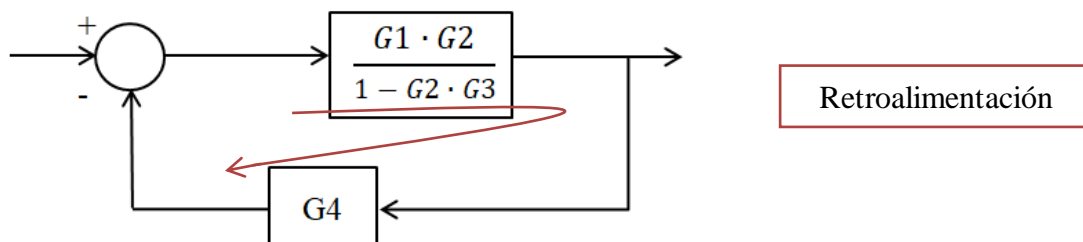
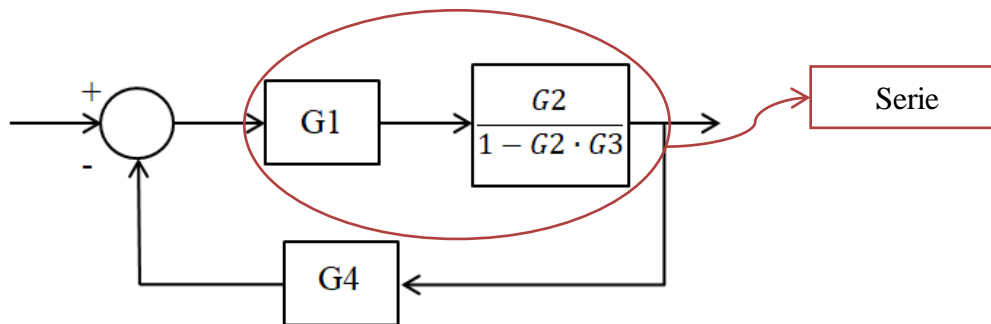
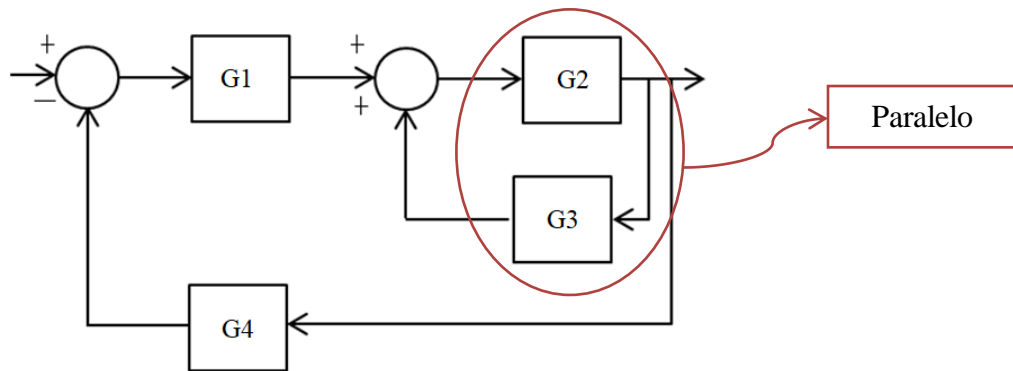
Simplificar

Por lo cual, será más fácil ingresarlas al programa como una variable nueva, en lugar de poner la instrucción completa:

H1 = Simplificación de G2 Y G3

H2 = Simplificación de G1, G2 y G3

Para obtener los comandos se analiza paso por paso lo que sucede en nuestro diagrama, es decir:



Para obtener los resultados, dejamos un espacio entre las variables declaradas y lo siguiente.

Se escribirá de la siguiente manera:

$$[num_y, den_y]=comando(num_x, den_x, num_z, den_z);$$
$$VAR=tf(num_y, den_y)$$

Donde:

num_y, den_y = variable nueva, puede ser la continuación del número que se asignaron a las primeras variables.

Comando = parallel, series o feedback, dependiendo del que se requiera.

$(num_x, den_x, num_z, den_z)$ = variables a utilizar.

VAR = Letra que se le asignó a la variable nueva.

Tf = Función de transferencia.

En nuestro caso, con las observaciones que se hicieron anteriormente a los diagramas, y tomando en cuenta las variables asignadas, quedará de la siguiente forma:

$$[num5, den5]=parallel(num2, den2, num3, den3);$$
$$H1=tf(num5, den5)$$
$$[num6, den6]=series(num5, den5, num1, den1);$$
$$H2=tf(num6, den6)$$
$$[num7, den7]=feedback(num4, den4, num6, den6);$$
$$H3=tf(num7, den7)$$

Trueba Aguado Pamela Lizeth

H3 representa el resultado final de nuestro diagrama.

Se verá de la siguiente manera:

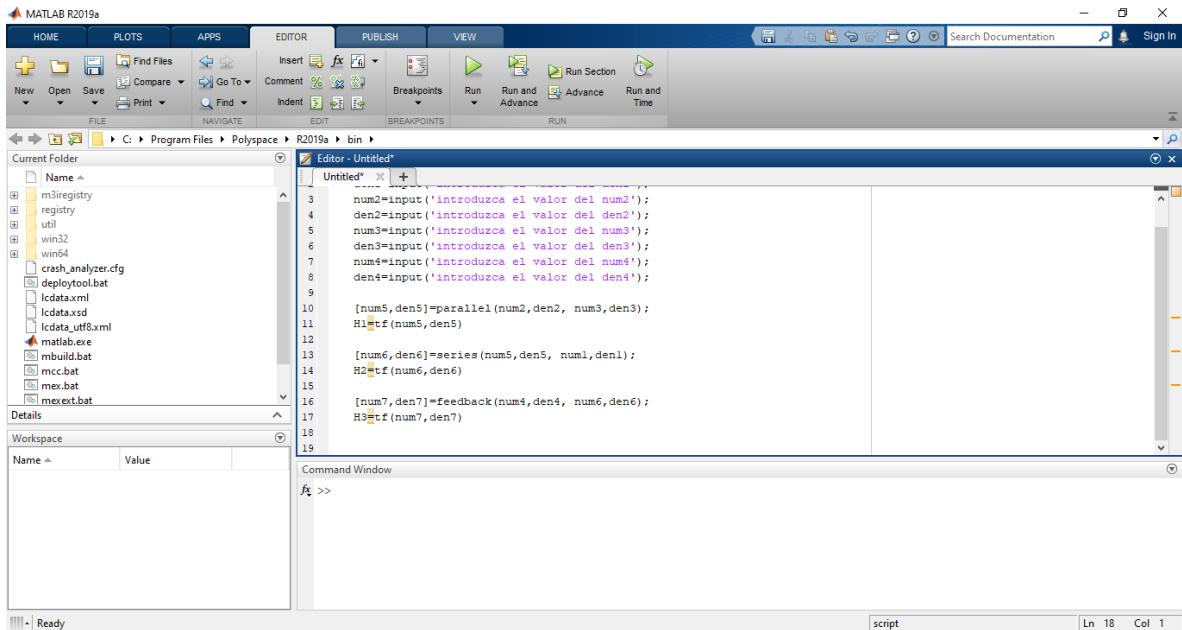


Figura 5. Declaración de resultados

En este punto, ya habremos terminado el código, entonces, daremos clic en “run” para que empiece a trabajar.

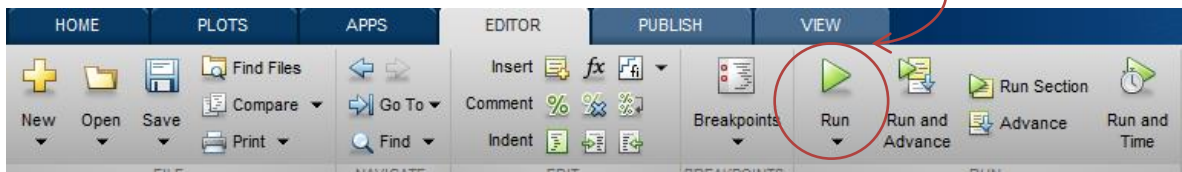


Figura 6. Barra de herramientas

Cuando nuestro programa empiece a correr, aparecerá la siguiente pantalla, donde en la ventana de comandos nos saldrán las instrucciones que dimos previamente.

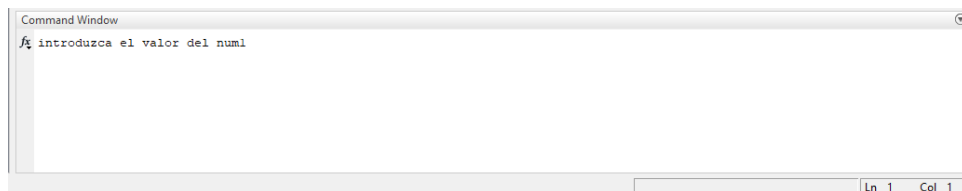


Figura 7. Introducción de datos

En este punto, comenzaremos a introducir los valores reales de nuestras variables, donde se colocarán entre corchetes únicamente los coeficientes y se espaciarán, no se colocarán signos, por ejemplo:

$$\frac{s+5}{s^2+3s+1} \left. \begin{array}{l} \text{num1} = [1] \\ \text{den1} = [1 \ 2] \end{array} \right\}$$

Entonces, declaramos de la siguiente manera:

$\text{num1,den1} = \frac{1}{s+2}$	→	$\text{num1} = [1]$ $\text{den1} = [1 \ 2]$
$\text{num2,den2} = \frac{s+3}{s^2+s+4}$	→	$\text{num2} = [1 \ 3]$ $\text{den2} = [1 \ 1 \ 4]$
$\text{num3,den3} = \frac{s+8}{s+5}$	→	$\text{num3} = [1 \ 8]$ $\text{den3} = [1 \ 5]$
$\text{num4,den4} = \frac{s+5}{s^2+3s+1}$	→	$\text{num1} = [1 \ 5]$ $\text{den1} = [1 \ 3 \ 1]$

Al introducir los valores, se verá así, donde el espacio de variables ya tiene a las mismas.

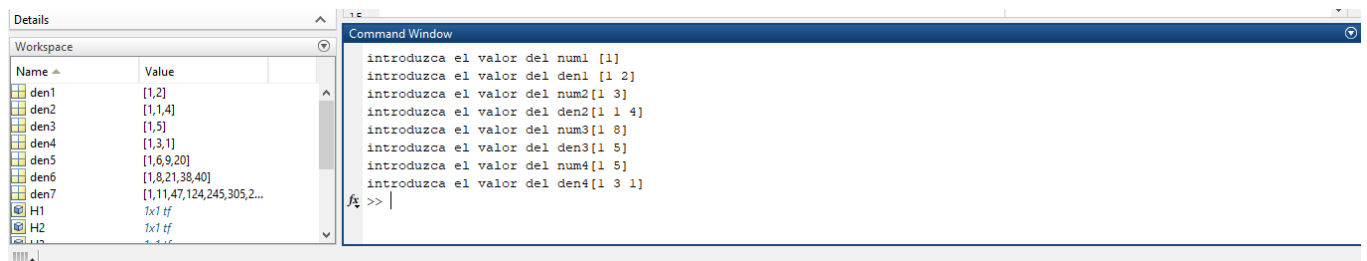


Figura 8. Comandos y variables

Finalmente, presionamos “enter” y el programa nos dará los resultados de las variables nuevas, en nuestro caso H1, H2 y H3, siendo H3 el resultado final de nuestro ejercicio.

```
Command Window
H1 =
      s^3 + 10 s^2 + 20 s + 47
-----
      s^3 + 6 s^2 + 9 s + 20
Continuous-time transfer function.

H2 =
      s^3 + 10 s^2 + 20 s + 47
-----
      s^4 + 8 s^3 + 21 s^2 + 38 s + 40
Continuous-time transfer function.

H3 =
      s^5 + 13 s^4 + 61 s^3 + 143 s^2 + 230 s + 200
-----
      s^6 + 11 s^5 + 47 s^4 + 124 s^3 + 245 s^2 + 305 s + 275
Continuous-time transfer function.

fx >>
```

Figura 9. Resultado final

Resumiendo los pasos anteriores, tenemos:

1. Solución del diagrama de bloques

2. Asignar variables conocidas:

```
numx=input('introduzca el valor del numx');
```

```
denx=input('introduzca el valor del denx');
```

3. Analizar diagramas para añadir variables nuevas a las simplificaciones

4. Analizar diagramas para obtener comandos

5. Introducir variables nuevas y comandos:

```
[numy, deny]=comando(numx, denx, numz, denz);
```

```
VAR=tf(numy, deny)
```

6. Correr programa

7. Introducir datos

```
numx=[a b c]
```

```
denx=[a b c]
```

8. Obtener resultado final

Ejemplo 2.

$$G1 = \frac{s}{s^2 + 6s + 2}$$

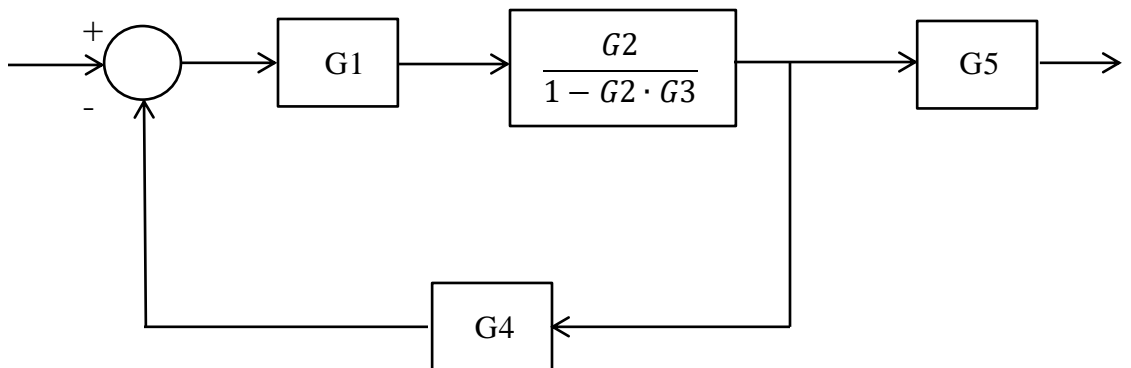
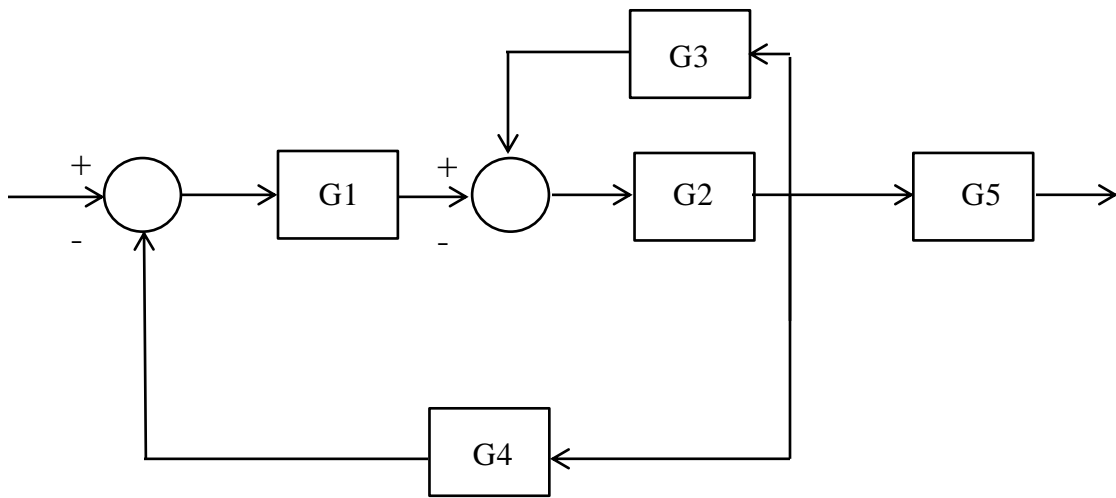
$$G2 = \frac{s + 9}{s^2 + s + 1}$$

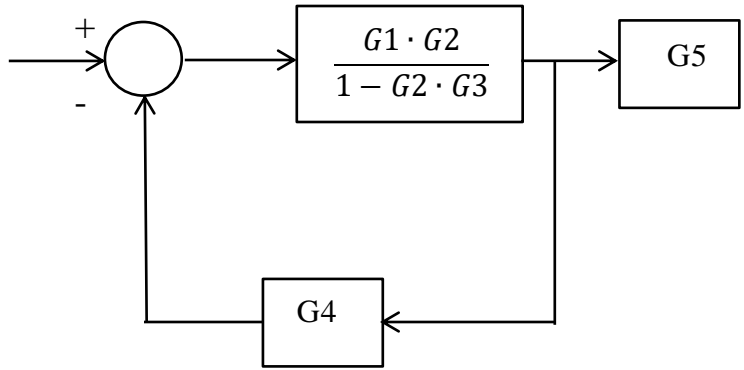
$$G3 = \frac{s + 1}{s^2 + 3s + 7}$$

$$G4 = \frac{s}{8s + 1}$$

$$G5 = \frac{s}{s + 4}$$

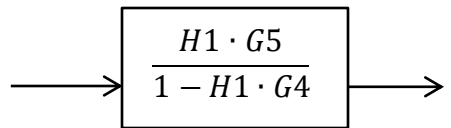
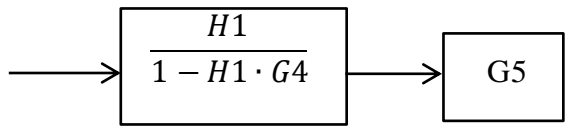
Paso 1:





Donde

$$\frac{G1 \cdot G2}{1 - G2 \cdot G3} = H1$$



Paso 2:

$num1, den1=G1$

$num4, den4= G4$

$num2, den2=G2$

$num5, den5=G5$

$num3, den3=G3$

```
num1=input('introduzca el valor del num1');
```

```
den1=input('introduzca el valor del den1');
```

```
num2=input('introduzca el valor del num2');
```

```
den2=input('introduzca el valor del den2');
```

```
num3=input('introduzca el valor del num3');
```

```
den3=input('introduzca el valor del den3');
```

```
num4=input('introduzca el valor del num4');
```

```
den4=input('introduzca el valor del den4');
```

```
num5=input('introduzca el valor del num3');
```

```
den5=input('introduzca el valor del den3');
```

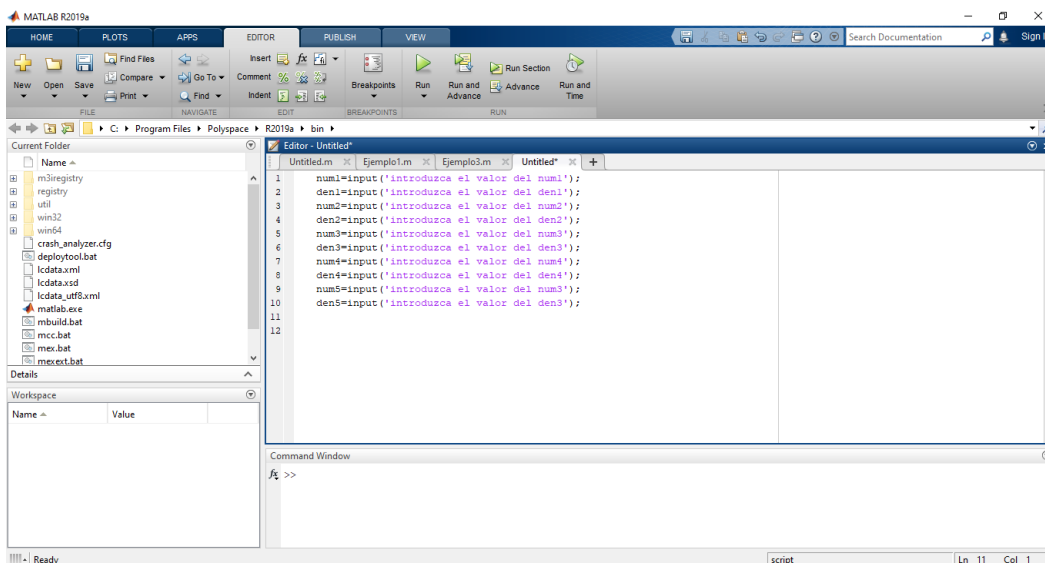
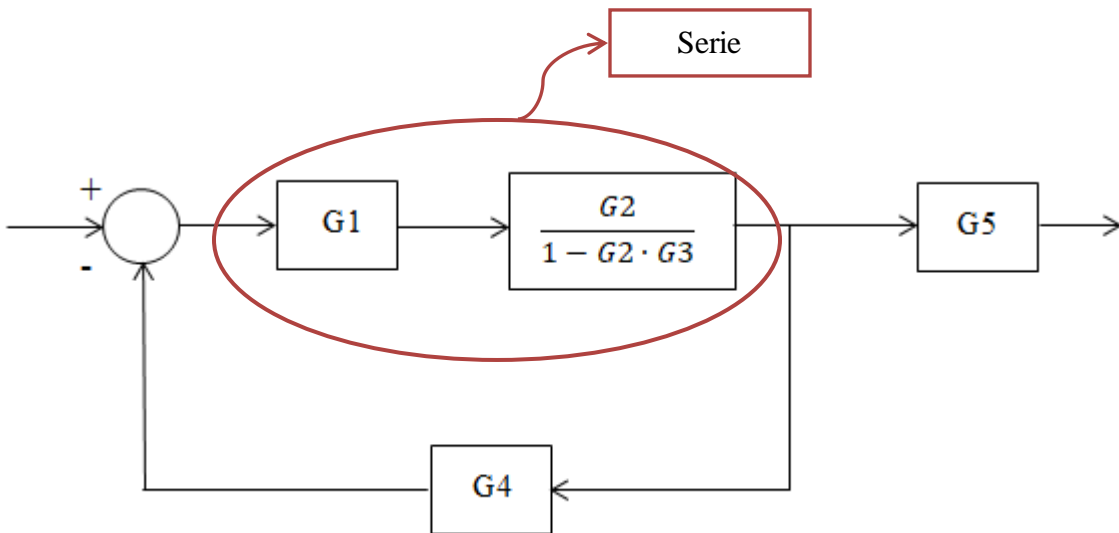
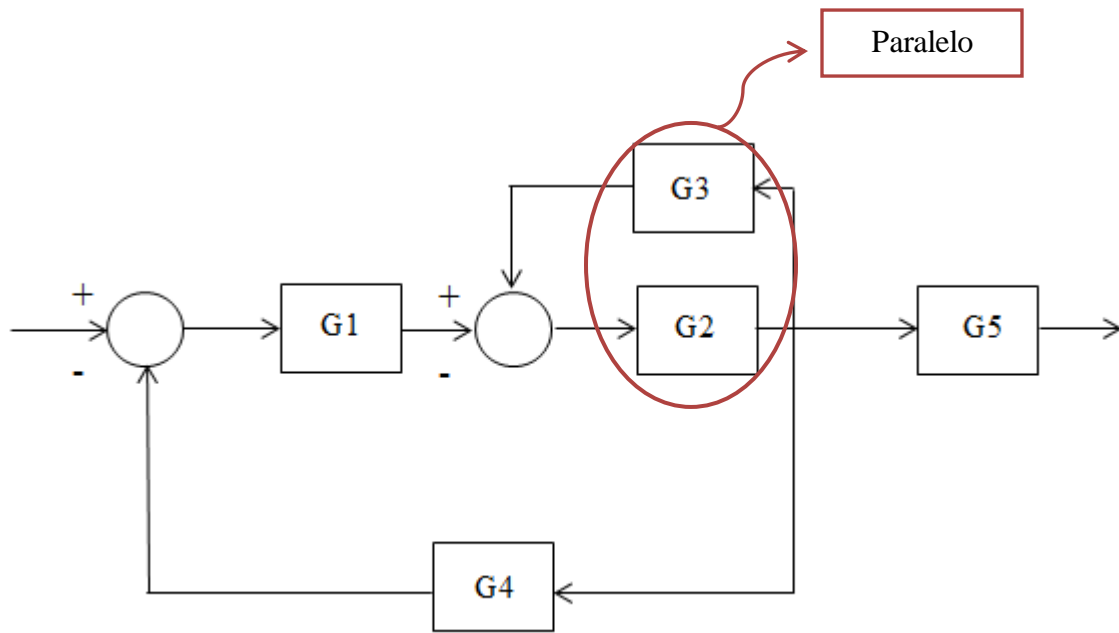
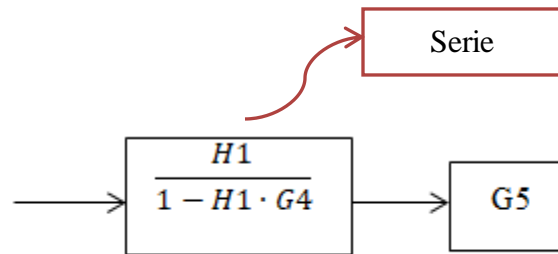
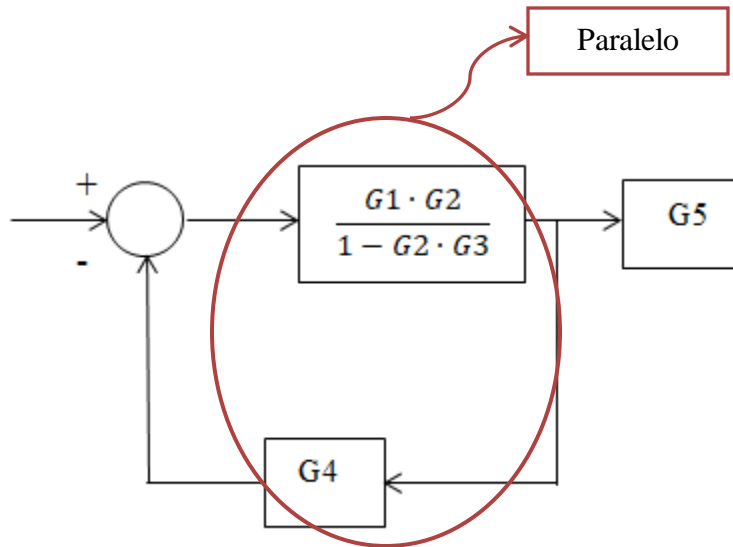


Figura 10. Variables conocidas

Paso 3,4





Paso número 5,6:

Definición de nuevas variables y comandos:

```
[num6, den6]=parallel(num2, den2, num3, den3);
```

```
H2=tf(num6, den6)
```

```
[num7, den7]=series(num1, den1, num6, den6);
```

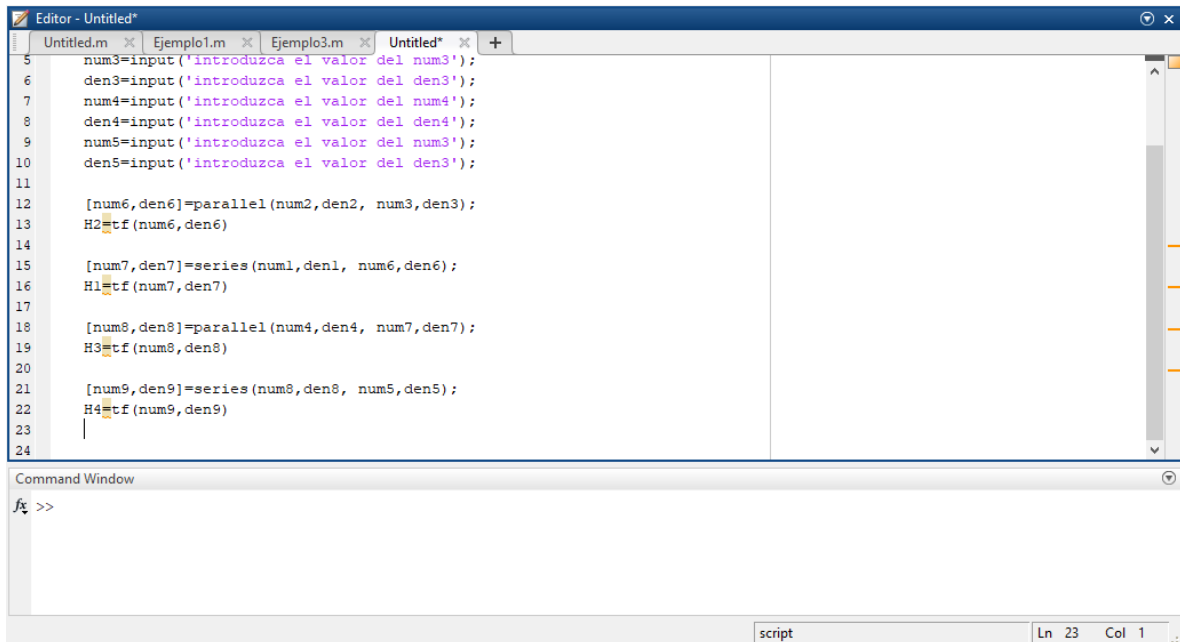
```
H1=tf(num7, den7)
```

```
[num8, den8]=parallel(num4, den4, num7, den7);
```

```
H3=tf(num8, den8)
```

$[num9, den9]=series(num8, den8, num5, den5);$

$H4=tf(num9, den9)$



```
5 num3=input('introduzca el valor del num3');
6 den3=input('introduzca el valor del den3');
7 num4=input('introduzca el valor del num4');
8 den4=input('introduzca el valor del den4');
9 num5=input('introduzca el valor del num3');
10 den5=input('introduzca el valor del den3');
11
12 [num6,den6]=parallel(num2,den2, num3,den3);
13 H2=tf(num6,den6)
14
15 [num7,den7]=series(num1,den1, num6,den6);
16 H1=tf(num7,den7)
17
18 [num8,den8]=parallel(num4,den4, num7,den7);
19 H3=tf(num8,den8)
20
21 [num9,den9]=series(num8,den8, num5,den5);
22 H4=tf(num9,den9)
23
24
```

Command Window

$\>>$

script Ln 23 Col 1

Figura 11. Variables nuevas y comandos

Paso número 7:

Introducir datos.

$num1 = [1]$

$den1 = [1 \ 6 \ 2]$

$num2 = [1 \ 9]$

$den2 = [1 \ 1 \ 1]$

$num3 = [1 \ 1]$

$den3 = [1 \ 3 \ 7]$

$num4 = [1]$

$den4 = [8 \ 1]$

$num5 = [1]$

$den5 = [1 \ 4]$

```
Command Window
>> Ejemplo2
introduzca el valor del num1[1]
introduzca el valor del den1[1 6 2]
introduzca el valor del num2[1 9]
introduzca el valor del den2[1 1 1]
introduzca el valor del num3[1 1]
introduzca el valor del den3[1 3 7]
introduzca el valor del num4[1]
introduzca el valor del den4[8 1]
introduzca el valor del num3[1]
introduzca el valor del den3[1 4]
```

Figura 12. Introducir variables

Paso número 8:

Obtención de datos finales

```
Command Window
H2 =
      2 s^3 + 14 s^2 + 36 s + 64
-----
      s^4 + 4 s^3 + 11 s^2 + 10 s + 7
Continuous-time transfer function.

H1 =
      2 s^3 + 14 s^2 + 36 s + 64
-----
      s^6 + 10 s^5 + 37 s^4 + 84 s^3 + 89 s^2 + 62 s + 14
Continuous-time transfer function.

H3 =
      s^6 + 10 s^5 + 53 s^4 + 198 s^3 + 391 s^2 + 610 s + 78
-----
      8 s^7 + 81 s^6 + 306 s^5 + 709 s^4 + 796 s^3 + 585 s^2
```

```
Command Window
H3 =
      s^6 + 10 s^5 + 53 s^4 + 198 s^3 + 391 s^2 + 610 s + 78
-----
8 s^7 + 81 s^6 + 306 s^5 + 709 s^4 + 796 s^3 + 585 s^2
      + 174 s + 14

Continuous-time transfer function.

H4 =
      s^6 + 10 s^5 + 53 s^4 + 198 s^3 + 391 s^2 + 610 s + 78
-----
8 s^8 + 113 s^7 + 630 s^6 + 1933 s^5 + 3632 s^4 + 3769 s^3
      + 2514 s^2 + 710 s + 56
```

Figura 13. Resultado final

Ejemplo 3.

$$G1 = \frac{s+3}{s+5}$$

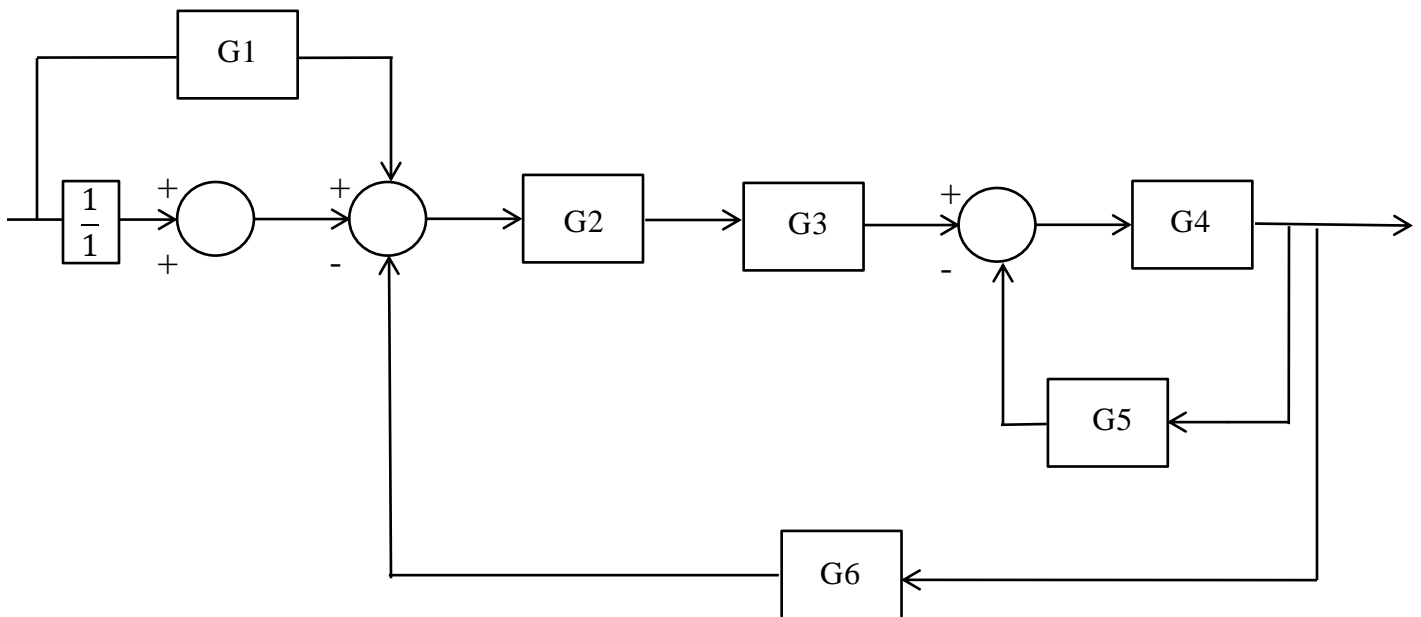
$$G2 = \frac{s}{s^2+5s+4}$$

$$G3 = \frac{s+8}{s^2+s+2}$$

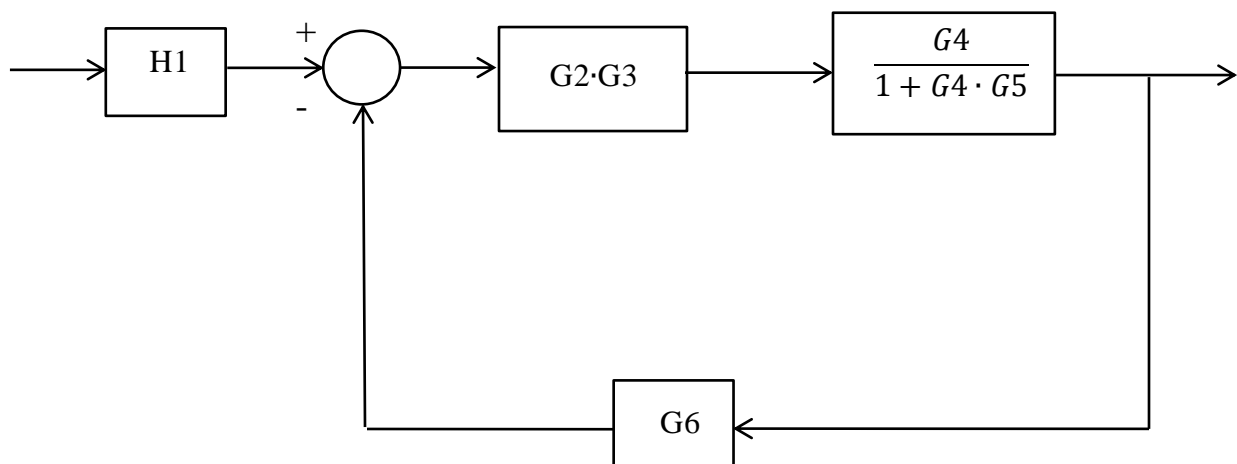
$$G4 = \frac{s}{6s+7}$$

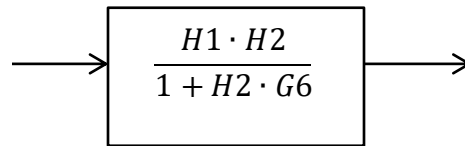
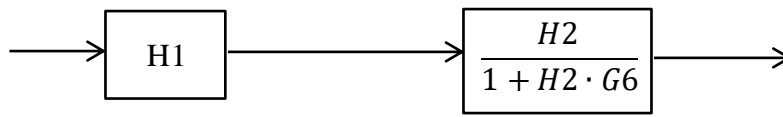
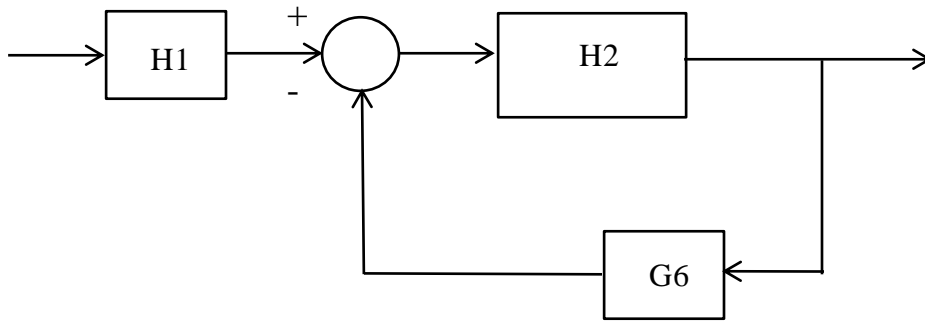
$$G5 = \frac{s+9}{s^2+s+24}$$

$$G6 = \frac{s}{5s+8}$$



Siguiendo el **paso 1:**





Donde

$$H2 = \frac{G2 \cdot G3 \cdot G4}{1 + G4 \cdot G5}$$

Paso número 2:

$$num1, den1 = G1$$

$$num11, den11 = \frac{1}{1}$$

$$num2, den2 = G2$$

$$num3, den3 = G3$$

$$num4, den4 = G4$$

$$num5, den5 = G5$$

$$num6, den6 = G6$$

```

num1=input('introduzca el valor del num1 ');
den1=input('introduzca el valor del den1');
num11= input('introduzca el valor del num11 ');
den11= input('introduzca el valor del den11');
num2=input('introduzca el valor del num2 ');
den2=input('introduzca el valor del den2');
num3=input('introduzca el valor del num3 ');
den3=input('introduzca el valor del den3');
num4=input('introduzca el valor del num4 ');
den4=input('introduzca el valor del den4');
num5=input('introduzca el valor del num3 ');
den5=input('introduzca el valor del den3');
num6=input('introduzca el valor del num4 ');
den6=input('introduzca el valor del den4');

```

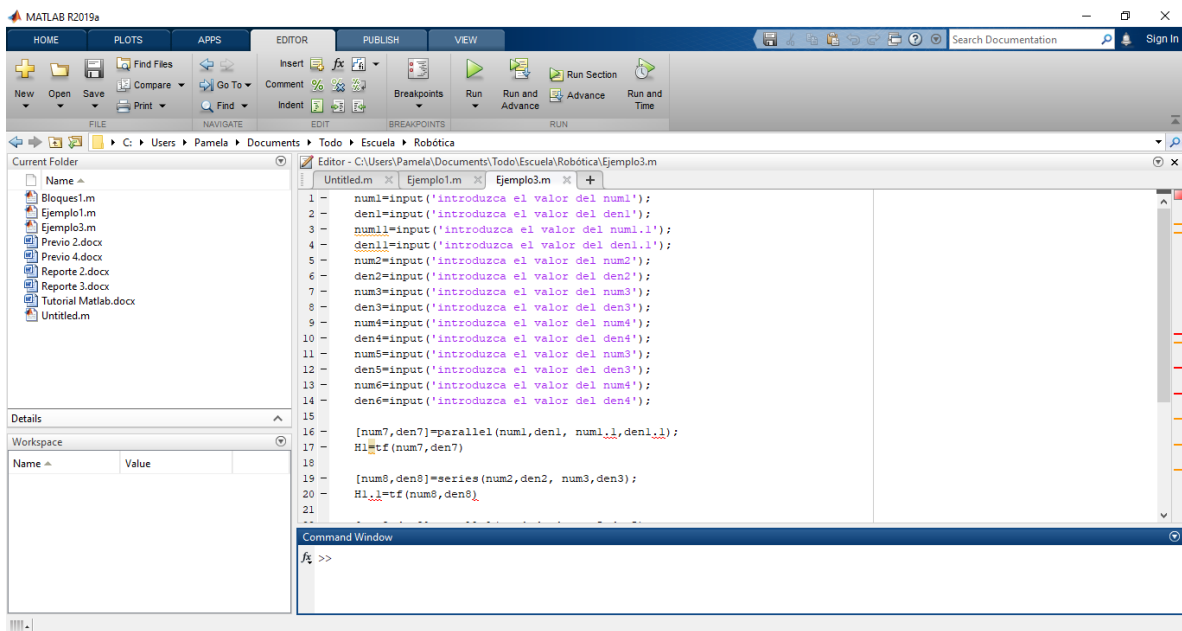
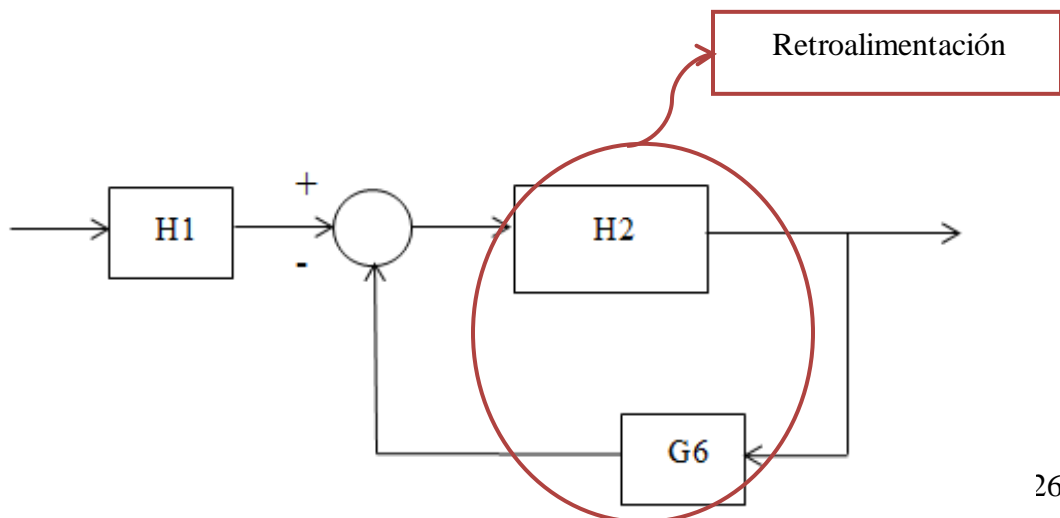
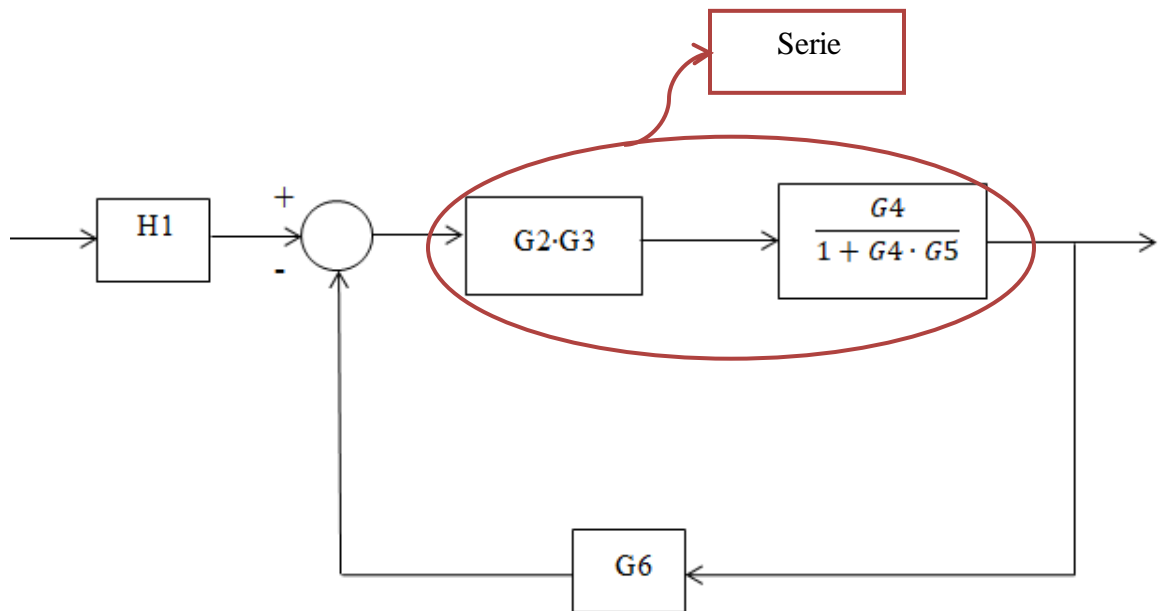
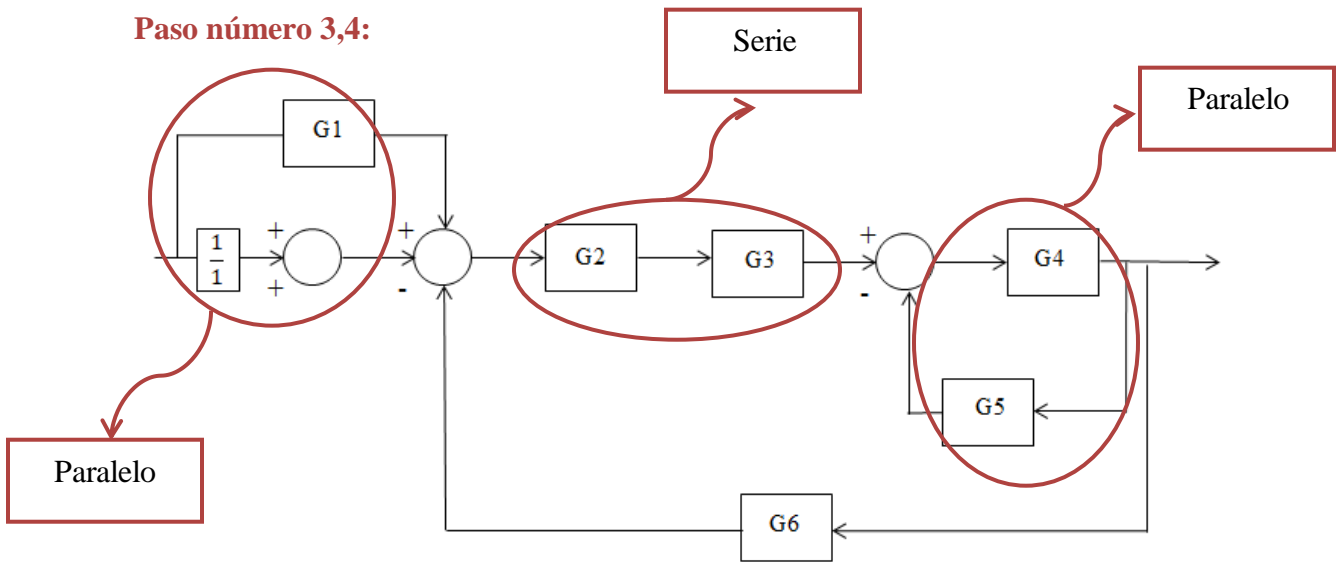
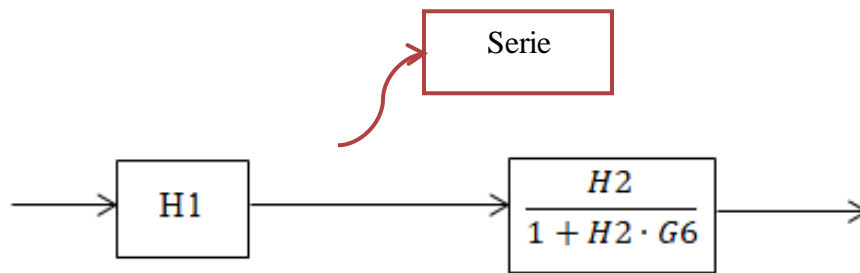


Figura 14 . Variables conocidas

Paso número 3,4:





Paso número 5,6:

Definición de nuevas variables y comandos:

```
[num7, den7]=parallel(num1, den1, num11, den11);
```

```
H1=tf(num7, den7)
```

```
[num8, den8]=series(num2, den2, num3, den3);
```

```
H11=tf(num8, den8)
```

```
[num9, den9]=parallel(num4, den4, num5, den5);
```

```
H12=tf(num9, den9)
```

```
[num10, den10]=series(num8, den8, num9, den9);
```

```
H2=tf(num10, den10)
```

```
[num11, den11]=feedback(num10, den10, num6, den6);
```

```
H3=tf(num11, den11)
```

`[num12, den12]=series(num11, den11, num7, den7);`

`H4=tf(num12, den12)`

```
den6=input('introduzca el valor del den6');
num6=input('introduzca el valor del num4');
den6=input('introduzca el valor del den4');

[num7, den7]=parallel(num1, den1, num11, den11);
H1=tf(num7, den7)

[num8, den8]=series(num2, den2, num3, den3);
H11=tf(num8, den8)

[num9, den9]=parallel(num4, den4, num5, den5);
H12=tf(num9, den9)

[num10, den10]=series(num8, den8, num9, den9);
H2=tf(num10, den10)

[num11, den11]=feedback(num10, den10, num6, den6);
H3=tf(num11, den11)

[num12, den12]=series(num11, den11, num7, den7);
H4=tf(num12, den12)
```

Figura 15 . Variables nuevas y comandos.

Paso número 7:

Introducir datos.

`num1= [1 3]`

`den1= [1 5]`

`num11= [1]`

`den11 = [1]`

`num2= [1]`

`den2 = [1 5 4]`

`num3= [1 8]`

`den3 = [1 1 2]`

`num4= [1]`

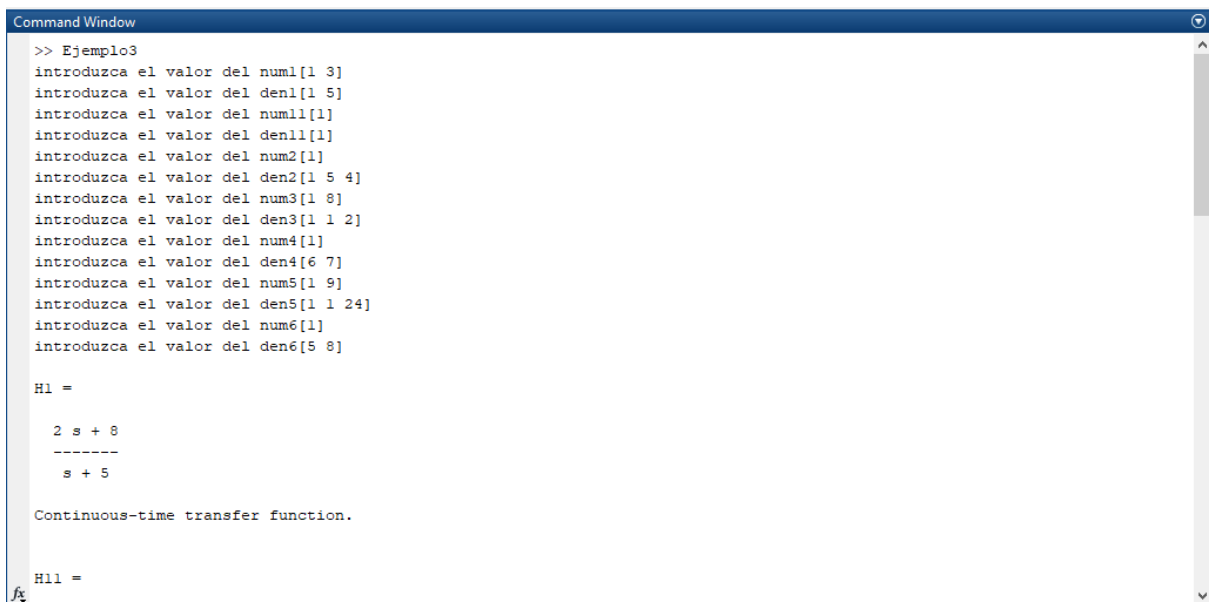
$den4 = [6 \ 7]$

$num5 = [1 \ 9]$

$den5 = [1 \ 1 \ 24]$

$num6 = [1]$

$den6 = [5 \ 8]$



```
Command Window
>> Ejemplo3
introduzca el valor del num1[1 3]
introduzca el valor del den1[1 5]
introduzca el valor del num11[1]
introduzca el valor del den11[1]
introduzca el valor del num2[1]
introduzca el valor del den2[1 5 4]
introduzca el valor del num3[1 8]
introduzca el valor del den3[1 1 2]
introduzca el valor del num4[1]
introduzca el valor del den4[6 7]
introduzca el valor del num5[1 9]
introduzca el valor del den5[1 1 24]
introduzca el valor del num6[1]
introduzca el valor del den6[5 8]

H1 =

      2 s + 8
  -----
       s + 5

Continuous-time transfer function.

H11 =
f_x
```

Figura 16 . Introducción de datos al sistema

Paso número 8:

Obtención de datos finales

```
Command Window
H1 =
    2 s + 8
    -----
    s + 5
Continuous-time transfer function.

H11 =
           s + 8
    -----
s^4 + 6 s^3 + 11 s^2 + 14 s + 8
Continuous-time transfer function.

H12 =
    7 s^2 + 62 s + 87
    -----
    6 s^3 + 13 s^2 + 151 s + 168
Continuous-time transfer function.
```

```
Command Window
Continuous-time transfer function.

H2 =
           7 s^3 + 118 s^2 + 583 s + 696
    -----
    6 s^7 + 49 s^6 + 295 s^5 + 1301 s^4 + 2899 s^3 + 4066 s^2
                                                    + 3560 s + 1344
Continuous-time transfer function.

H3 =
           35 s^4 + 646 s^3 + 3859 s^2 + 8144 s + 5568
    -----
    30 s^8 + 293 s^7 + 1867 s^6 + 8865 s^5 + 24903 s^4 + 43529 s^3
```

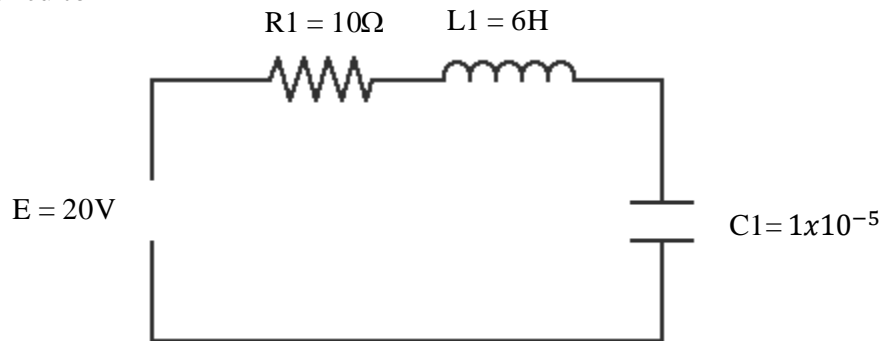
```
Command Window
35 s^4 + 646 s^3 + 3859 s^2 + 8144 s + 5568
-----
30 s^8 + 293 s^7 + 1867 s^6 + 8865 s^5 + 24903 s^4 + 43529 s^3
+ 50446 s^2 + 35783 s + 11448
Continuous-time transfer function.
H4 =
70 s^5 + 1572 s^4 + 12886 s^3 + 47160 s^2 + 76288 s + 44544
-----
30 s^9 + 443 s^8 + 3332 s^7 + 18200 s^6 + 69228 s^5 + 168044 s^4
+ 268091 s^3 + 288013 s^2 + 190363 s + 57240
Continuous-time transfer function.
fx >> |
```

Figura 17 . Resultado final

Modelo de sistemas en matlab simulink

Para comenzar con este tema, realizaremos los siguientes pasos con un ejemplo, para hacerlo más claro.

1. Se tiene el circuito



2. Se analiza y se obtiene(n) la(s) mayas correspondientes, donde:

$V = R_x i$	Siendo:
$V = L_x \frac{di}{dt}$	$i = \frac{dq}{dt}$
$V = \frac{q}{c}$	$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

Para nuestro circuito tenemos:

$$E = R1 \cdot i + L1 \frac{di}{dt} + \frac{q}{C1}$$

3. Se sustituyen los datos correspondientes

$$E = R1 \cdot \frac{dq}{dt} + L1 \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C1}$$

4. Se deberá despejar todo con respecto a la segunda derivada

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{E - R1 \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C1}}{L1}$$

5. Se expande la ecuación obtenida para tener visualizados todos los componentes por partes

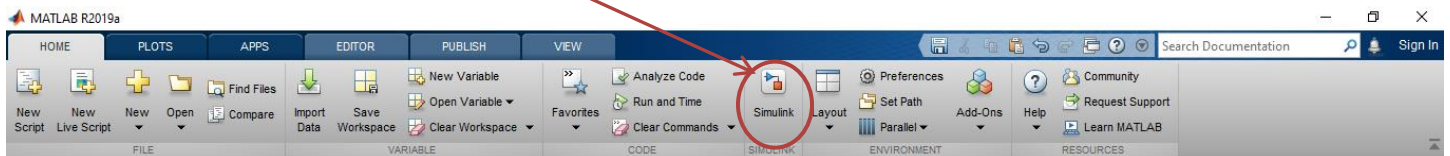
$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{E}{L1} - \frac{R1}{L1} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C1 \cdot L1}$$

6. Se sustituyen datos iniciales en la ecuación obtenida en el paso anterior

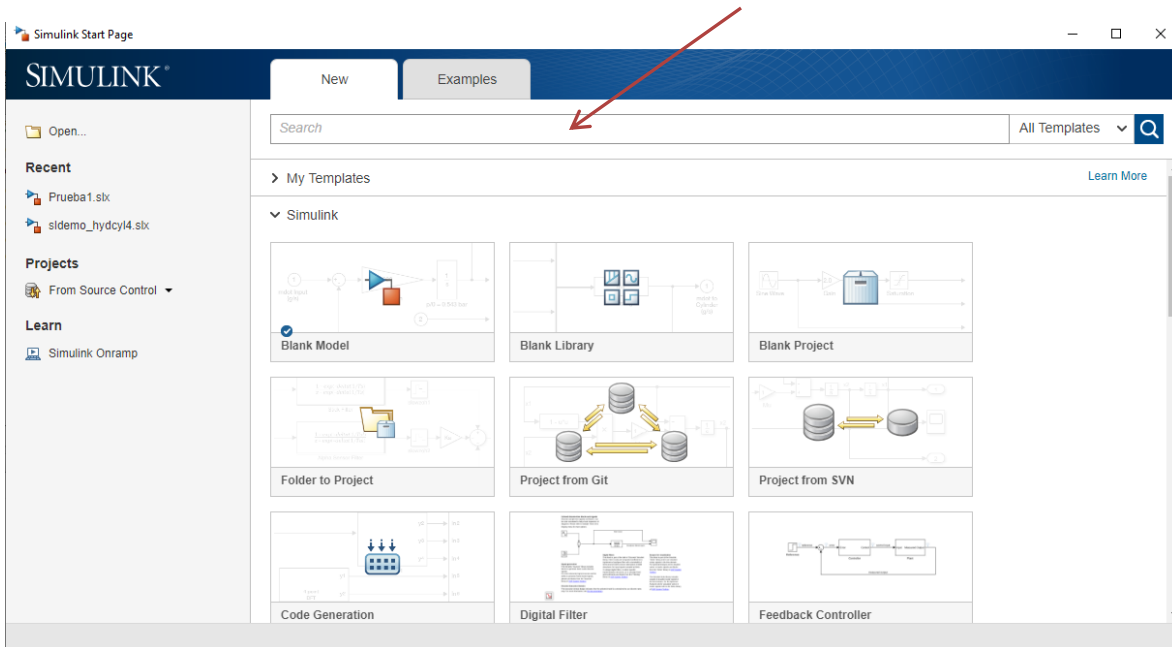
$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{20}{1 \times 10^{-5}} - \frac{10}{1 \times 10^{-5}} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{6 \cdot 1 \times 10^{-5}} \quad \dots \quad \text{Ecuación 1}$$

7. Entramos a simulink

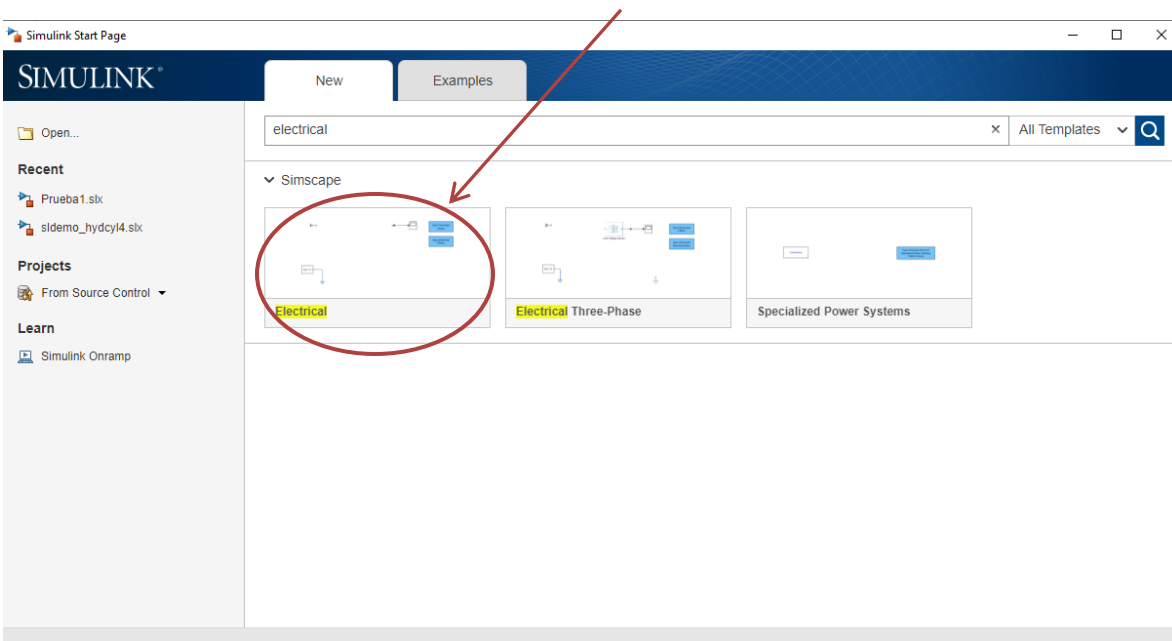
Presionamos sobre este ícono y esperamos unos segundos



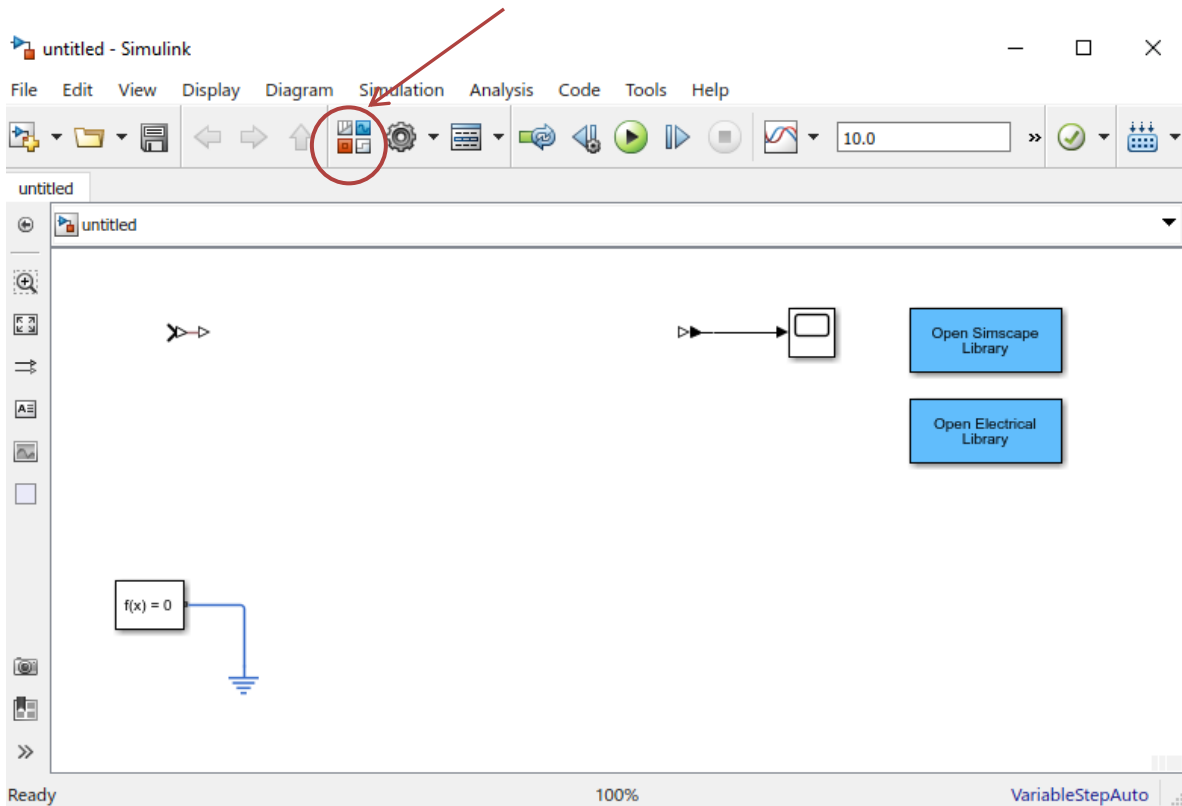
Se abrirá la siguiente ventana y escribiremos la palabra “electrical” en el buscador



Aparecerá la siguiente ventana y seleccionaremos la primer opción



Obtendremos esta ventana y daremos clic en el ícono señalado para visualizar la librería, de donde obtendremos nuestros componentes.

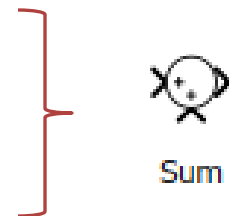


8. Buscamos los componentes necesarios según nuestra ecuación 1

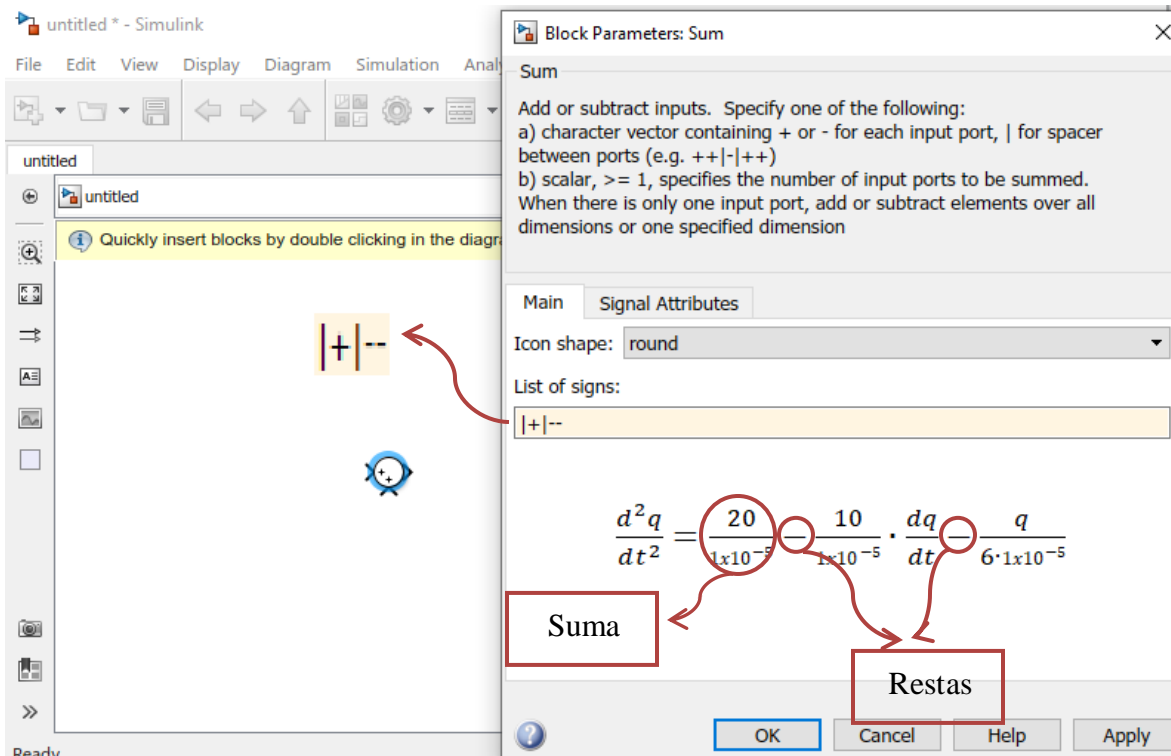
Las operaciones se realizan con el símbolo suma

Se da doble clic para introducir cuantas sumas y restas tenemos

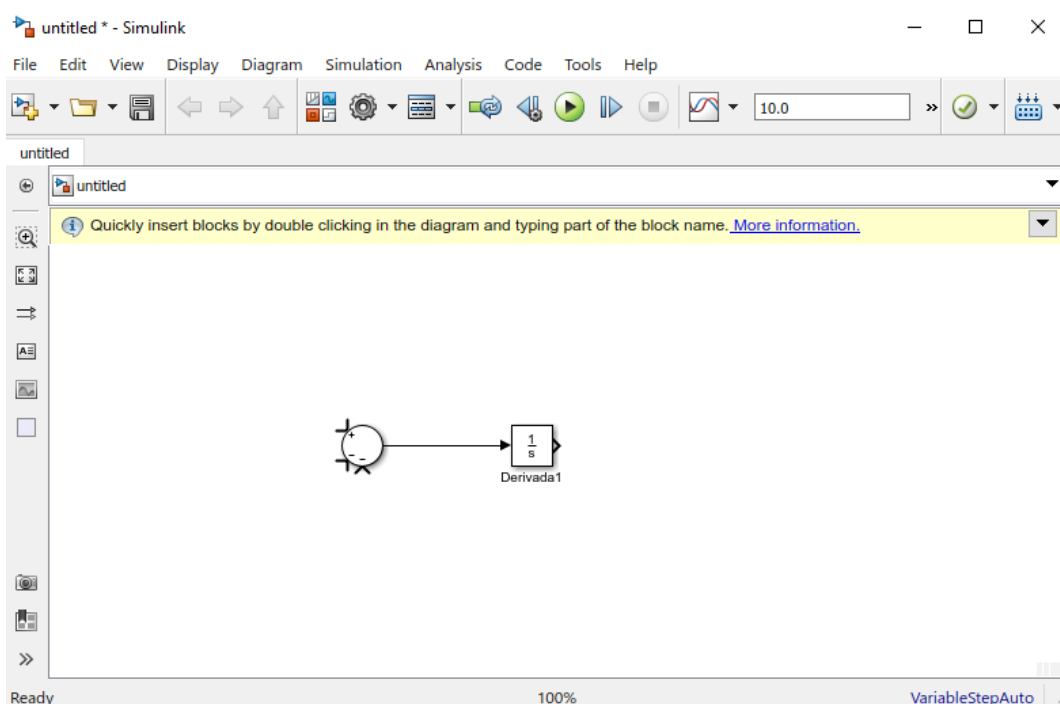
Por ejemplo, una suma y dos restas se expresa: $(+|-|-)$



En nuestro caso se verá de la siguiente manera

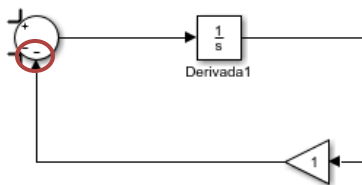
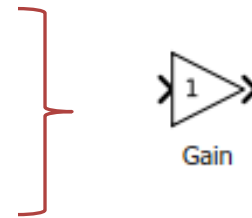


$\frac{dq}{dt}$ se obtiene integrando a la segunda derivada, entonces se agrega el símbolo de integral a la salida de la suma, la cual representa nuestra segunda derivada, se verá así:



Símbolo ganancia representa a nuestros componentes R, L, C

Introducimos su valor dando doble clic



Gain

Element-wise gain ($y = K.*u$) or matrix gain ($y = K*u$ or $y = u*K$).

Main Signal Attributes Parameter Attributes

Gain: $10/(1E-5)$

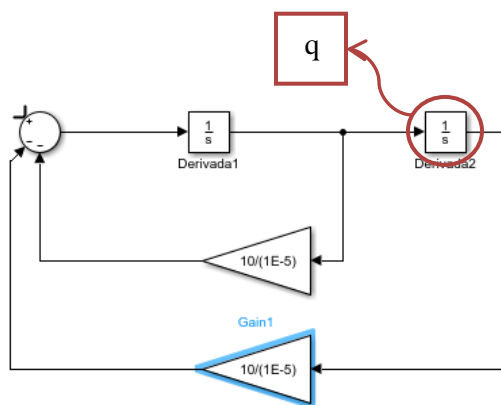
Multiplication: Element-wise($K.*u$)

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{20}{1 \times 10^{-5}} \cdot \frac{10}{1 \times 10^{-5}} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{6 \cdot 1 \times 10^{-5}}$$

OK Cancel Help Apply

El valor encerrado se agrega de esa manera y se conecta en el lado negativo del sumador, también se conecta a la salida del integrador, multiplicándolo así por la primera derivada.

q se obtiene integrando a la primera derivada, entonces se agrega el símbolo de integral a la salida del primer bloque integrador que se agregó previamente



Block Parameters: Gain1

Gain

Element-wise gain ($y = K.*u$) or matrix gain ($y = K*u$ or $y = u*K$).

Main Signal Attributes Parameter Attributes

Gain: $1/(6E-5)$

Multiplication: Element-wise($K.*u$)

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{20}{1 \times 10^{-5}} - \frac{10}{1 \times 10^{-5}} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{6 \cdot 1 \times 10^{-5}}$$

OK Cancel Help Apply

La fuente está representada por CA que sería el ícono “sine wave”

Para configurarlo, hacemos doble clic para elegir las opciones y seleccionamos:

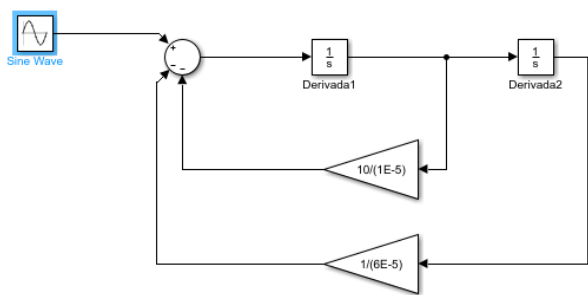
Time based

Use simulation time

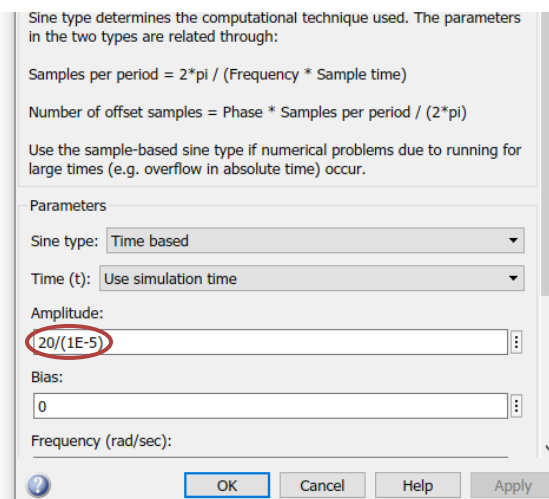
En amplitud se coloca el valor de la variable (acompañada si es el caso)

Y se conecta a la suma o resta según sea el caso

En nuestro caso lo configuraremos y conectaremos:



$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{20}{1 \times 10^{-5}} - \frac{10}{1 \times 10^{-5}} \cdot \frac{dq}{dt} - \frac{q}{6 \cdot 1 \times 10^{-5}}$$



Debe seleccionarse el bloque “scope” que es el que nos enviará las señales (osciloscopio)

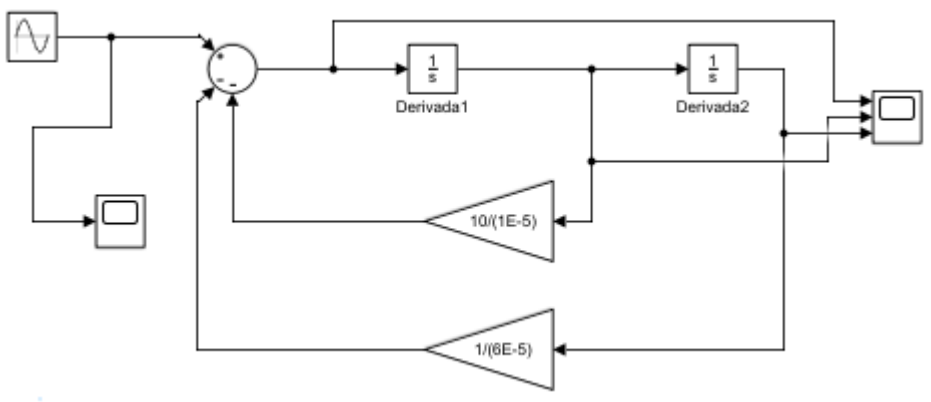
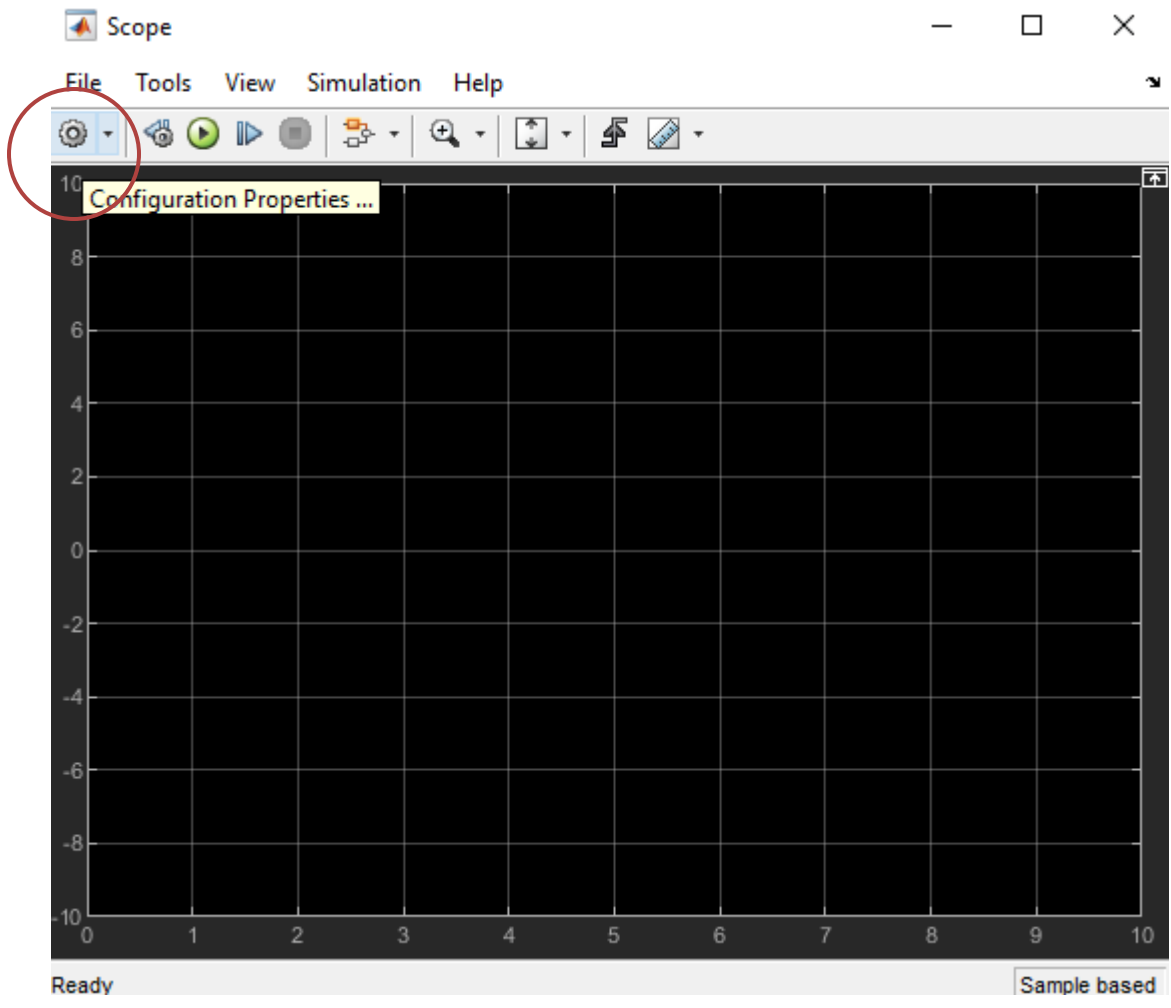
Se hace doble clic sobre el osciloscopio

Se seleccionan los parámetros

En “axes” colocaremos el número de graficas que requerimos según nuestros componentes (Segunda derivada $\frac{dq}{dt}$, corriente q , carga, etc.)

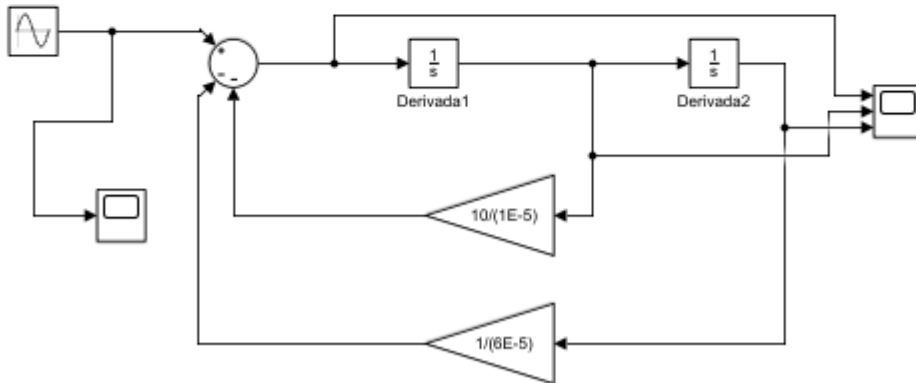
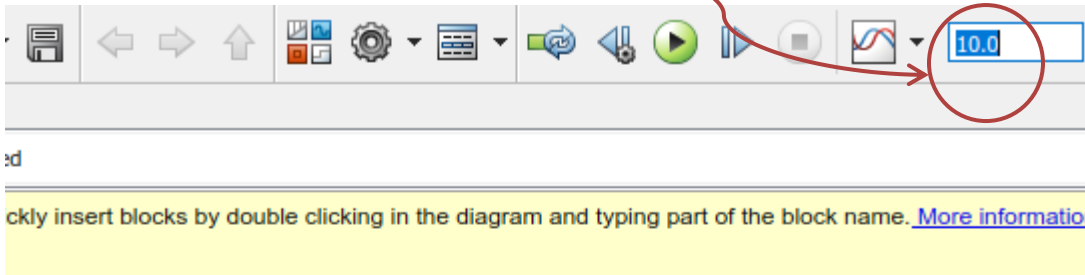
Conectaremos cada una de las entradas que nos proporcione a nuestros componentes

Para asegurarnos que nuestra señal de entrada es correcta, conectaremos otro osciloscopio a la entrada (Entre “sine wave” y el sumador)



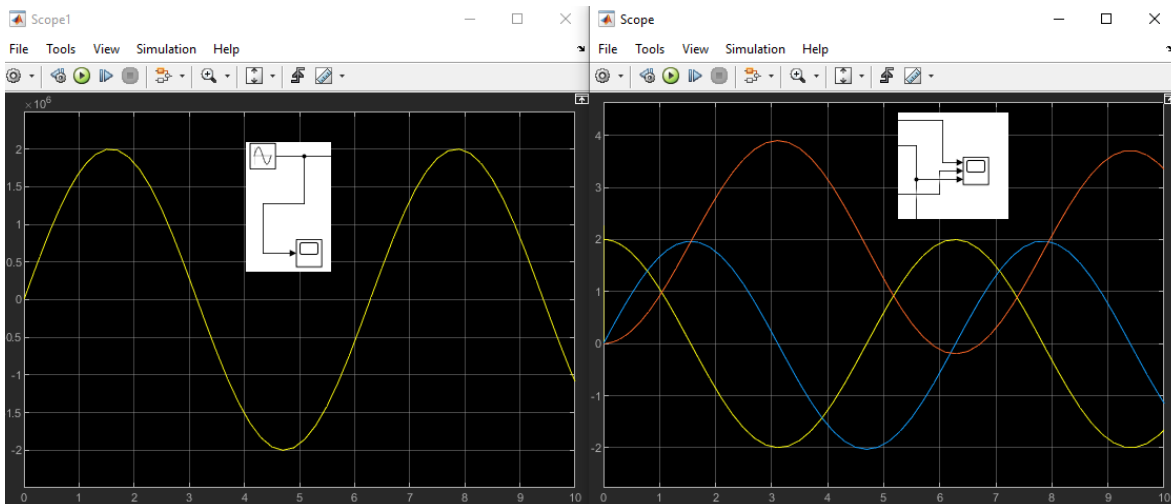
Conexión

Colocaremos el tiempo de modelación



Damos clic en “play”

Damos doble clic en el osciloscopio para que aparezcan las siguientes gráficas



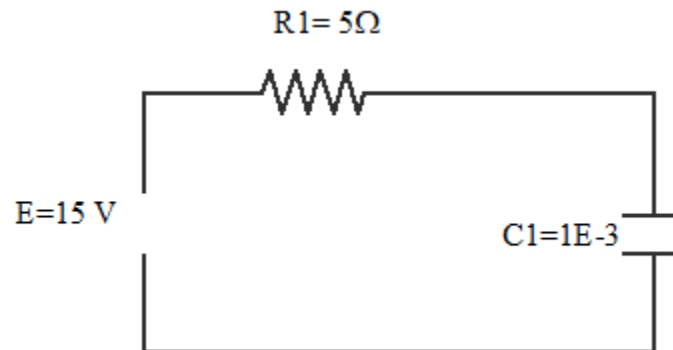
Resumen de pasos.

1. Se tiene el circuito RLC
2. Se analiza y se obtiene(n) la(s) mayas correspondientes
3. Se sustituyen los datos correspondientes
4. Se deberá despejar todo con respecto a la segunda derivada
5. Se expande la ecuación obtenida para tener visualizados todos los componentes por partes
6. Se sustituyen datos iniciales en la ecuación obtenida en el paso anterior
7. Entramos a simulink
8. Buscamos los componentes necesarios según nuestra ecuación 1
9. Se conecta(n) el/los osciloscopio(s)
10. Colocamos el tiempo de modelación
11. Damos clic en “play”
12. Damos doble clic en el osciloscopio para que aparezcan las gráficas

Ejemplo 2.

Siguiendo los pasos anteriores

1. Se tiene el circuito RC



2. Se analiza y se obtiene(n) la(s) mayas correspondientes

$$E = R1 \cdot i + \frac{q}{C1}$$

3. Se sustituyen los datos correspondientes

$$E = R1 \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C1}$$

4. Se deberá despejar todo con respecto a la derivada

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E - \frac{q}{C1}}{R1}$$

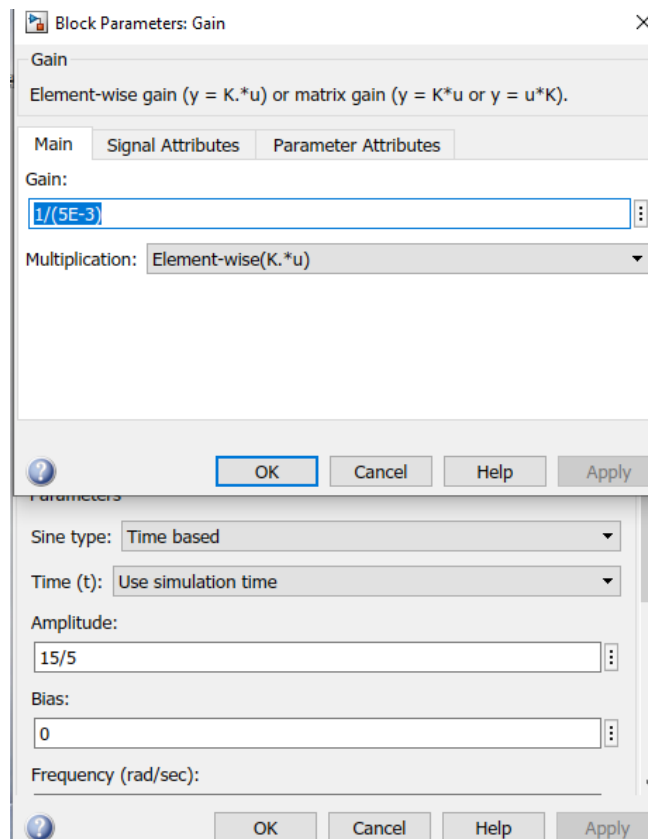
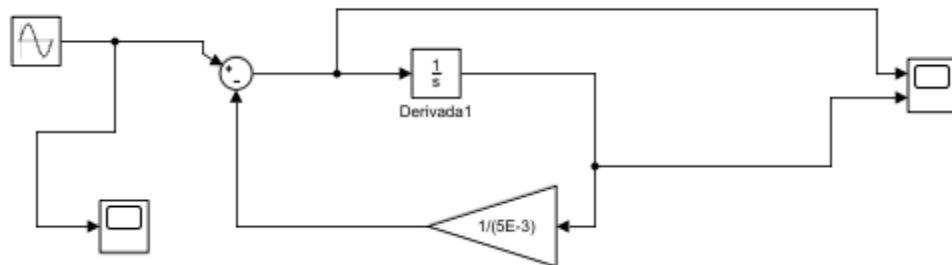
5. Se expande la ecuación obtenida para tener visualizados todos los componentes por partes

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E}{R1} - \frac{q}{C1 R1}$$

6. Se sustituyen datos iniciales en la ecuación obtenida en el paso anterior

$$\frac{dq}{dt} = \frac{15}{5} - \frac{q}{(1E-3)(5)}$$

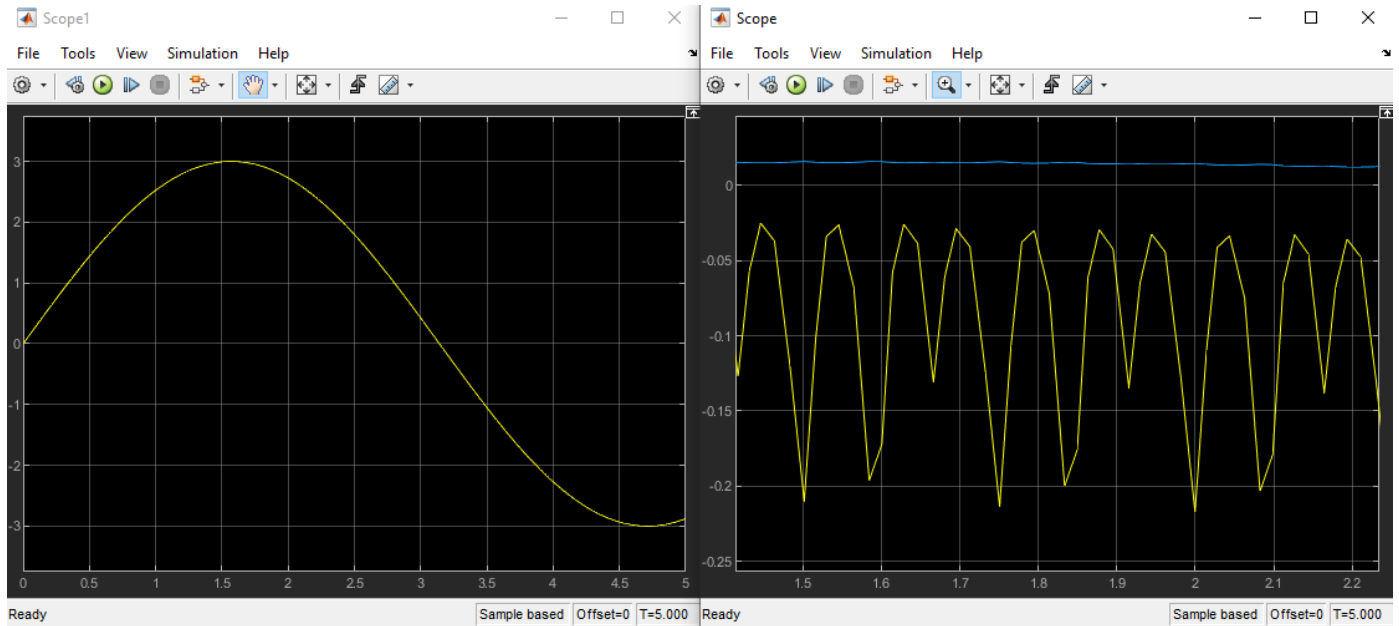
7. Entramos a simulink
8. Buscamos los componentes necesarios según nuestra ecuación 1
9. Se conecta(n) el/los osciloscopio(s)



10. Colocamos el tiempo de modelación

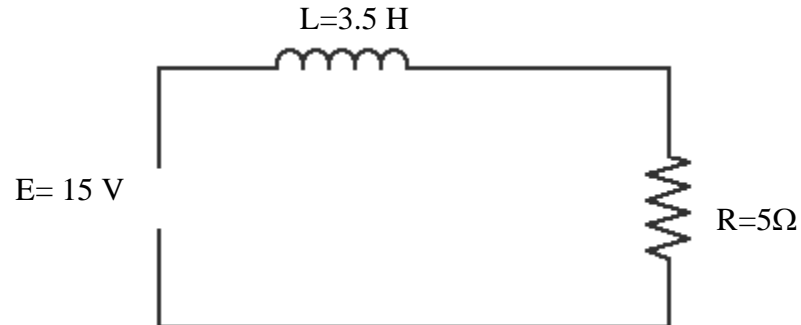
11. Damos clic en “play”

12. Damos doble clic en el osciloscopio para que aparezcan las gráficas



Ejercicio 3.

1. Se tiene el circuito RL



2. Se analiza y se obtiene(n) la(s) mayas correspondientes

$$E = R1 \cdot i + L1 \frac{di}{dt}$$

3. Se sustituyen los datos correspondientes

$$E = R1 \cdot \frac{dq}{dt} + L1 \frac{d^2q}{dt^2}$$

4. Se deberá despejar todo con respecto a la segunda derivada

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{E - R1 \cdot \frac{dq}{dt}}{L1}$$

5. Se expande la ecuación obtenida para tener visualizados todos los componentes por partes

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{E}{L1} - \frac{R1}{L1} \cdot \frac{dq}{dt}$$

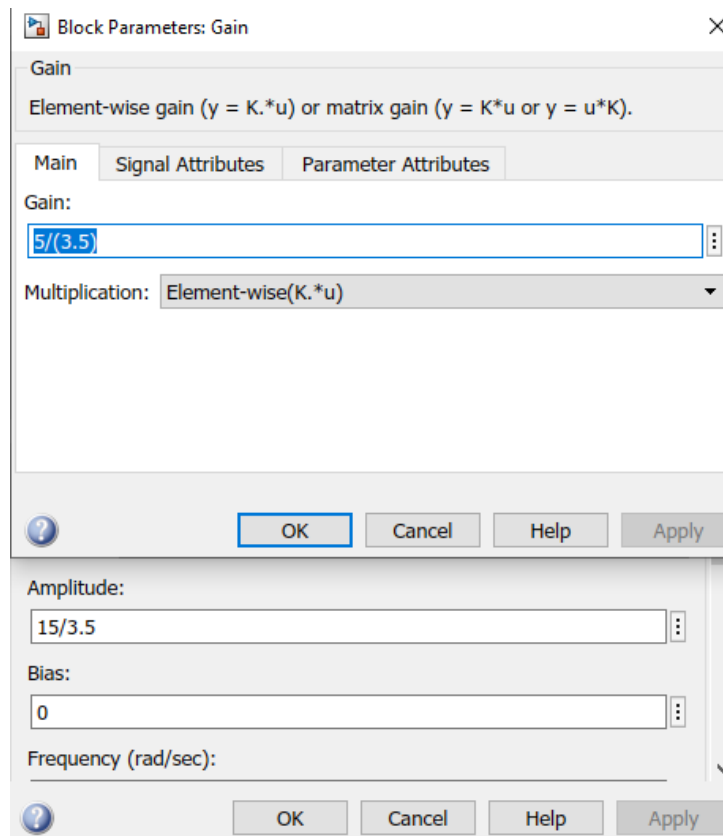
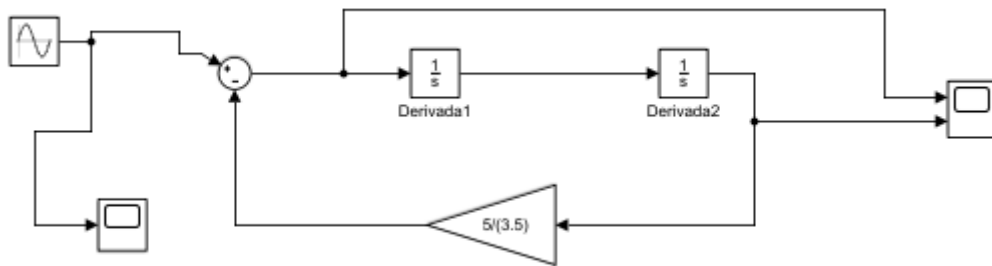
6. Se sustituyen datos iniciales en la ecuación obtenida en el paso anterior

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{15}{3.5} - \frac{5}{3.5} \cdot \frac{dq}{dt}$$

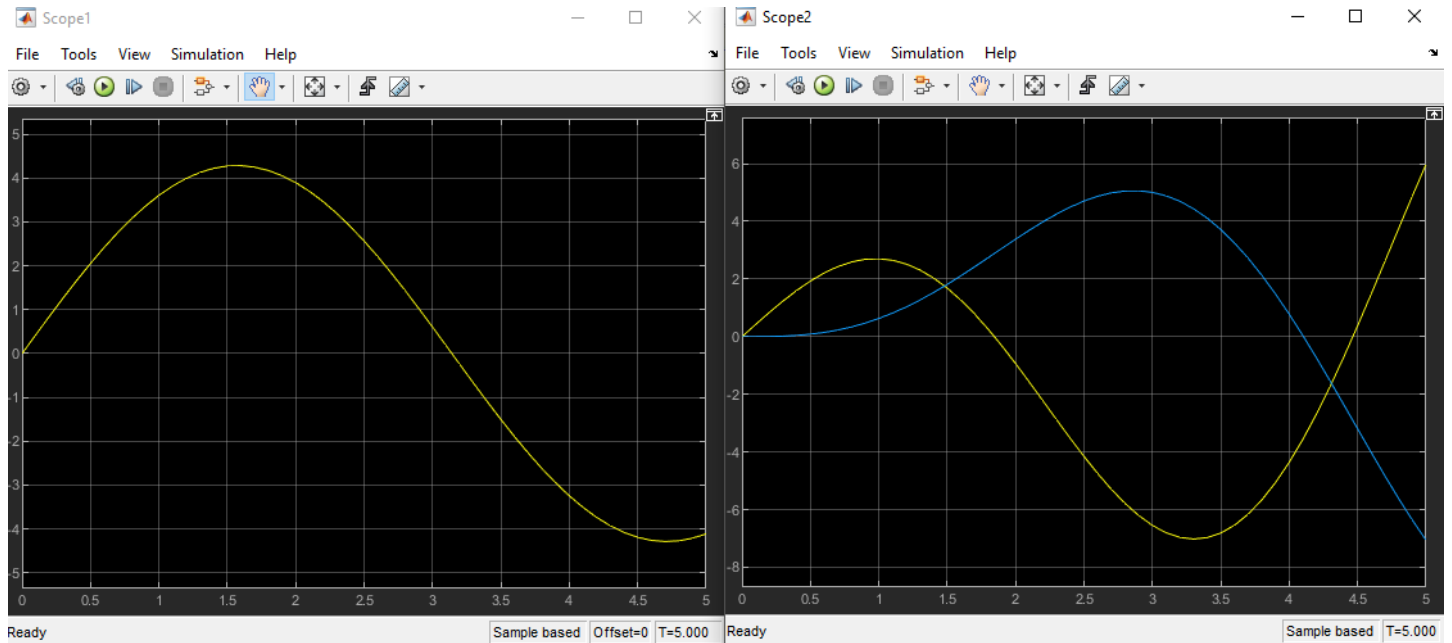
7. Entramos a simulink

8. Buscamos los componentes necesarios según nuestra ecuación 1

9. Se conecta(n) el/los osciloscopio(s)



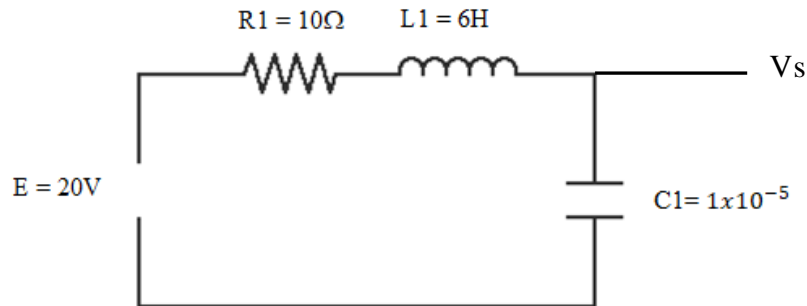
10. Colocamos el tiempo de modelación
11. Damos clic en “play”
12. Damos doble clic en el osciloscopio para que aparezcan las gráficas



Transformada y anti transformada de laplace

En la solución de este tipo de problemas, tendremos un circuito a resolver.

Ejemplo 1:



Como primer paso, debemos obtener el modelo del circuito.

$$V_i(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$V_s(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Aplicaremos transformada de Laplace

$$VI(s) = sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)$$

$$V_s(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$

Dejaremos nuestras ecuaciones en términos de V_s

$$V_s(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)}$$

$$V_s(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{I(s)[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$Vs(s) = \frac{VI(s)}{Cs[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$Vs(s) = \frac{VI(s)}{s^2CL + sCR + 1}$$

Ahora que ya tenemos nuestra función, pasaremos a matlab, para eso, necesitamos saber los siguientes comandos:

ilaplace()	L=
syms t s	C=
Vs=()	Vi
R=	

Donde:

ilaplace = Laplace inversa

syms = sirve para declarar variables en función del tiempo y de s que sería laplace

Vs = Aquí introduciremos nuestra ecuación de laplace

R, L, C, Vi = sirve para darle valor numérico a nuestras variables

Por lo tanto, quedará de la siguiente manera:

```

Command Window
>> syms t s;
>> R=10;
>> L=6;
>> C=0.00001;
>> Vi=20;
>> Vs=( (Vi*s) / ( (s^2*C*L) + (s*C*R) + 1) );
>> Laplace
>> Laplace
>> ilaplace (Vs)

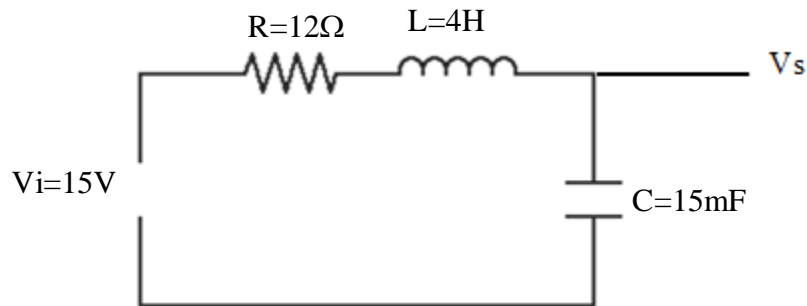
```

Y el resultado en términos de t será:

ans =

$$(1000000 * \exp(-(5 * t) / 6) * (\cos((5 * 23999^{(1/2)} * t) / 6) - (23999^{(1/2)} * \sin((5 * 23999^{(1/2)} * t) / 6)) / 23999)) / 3$$

Ejemplo 2:



Obtenemos el modelo:

$$V_i(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$V_s(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Aplicaremos transformada de Laplace

$$VI(s) = sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)$$

$$V_s(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$

Dejaremos nuestras ecuaciones en términos de Vs

$$V_s(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)}$$

$$Vs(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{I(s)[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$Vs(s) = \frac{VI(s)}{Cs[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$Vs(s) = \frac{VI(s)}{s^2 CL + sCR + 1}$$

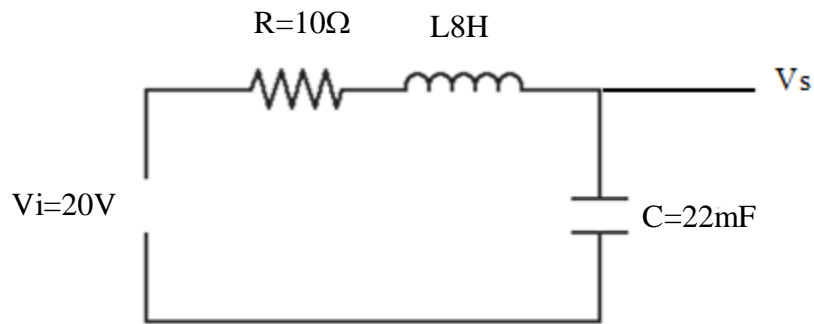
Ahora, introducimos el código a matlab:

```
>> syms t s;
>> Vi=15;
>> R=12;
>> L=4;
>> C=0.015;
>> Vs= ( (Vi*s) / ( (s^2*C*L) + (s*C*R) + 1 ) );
>> ilaplace (Vs)
```

Obtenemos el resultado:

```
ans =
250*exp(-(3*t)/2) * (cos((3^(1/2)*173^(1/2)*t)/6) - (3*3^(1/2)*173^(1/2)*sin((3^(1/2)*173^(1/2)*t)/6))/173
>> |
```

Ejemplo 3:



Como primer paso, debemos obtener el modelo del circuito.

$$V_i(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$V_s(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Aplicaremos transformada de Laplace

$$VI(s) = sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)$$

$$V_s(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$

Dejaremos nuestras ecuaciones en términos de Vs

$$V_s(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{sL[I(s)] + RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s)}$$

$$V_s(s) = \frac{VI(s) * \frac{1}{Cs} I(s)}{I(s)[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$V_s(s) = \frac{VI(s)}{Cs[sL + R + \frac{1}{Cs}]}$$

$$V_s(s) = \frac{VI(s)}{s^2 CL + sCR + 1}$$

Ingresamos el código a matlab:

```
>> syms t s;  
R=10;  
L=8;  
C=0.022;  
Vi=20;  
Vs=(Vi*s)/((s^2*C*L)+(s*C*R)+1);  
>> ilaplace(Vs)
```

Obtenemos como resultado:

ans =

```
(1250*exp(-(5*t)/8)*cos((5*11^(1/2)*149^(1/2)*t)/88) - (11^(1/2)*149^(1/2)*sin((5*11^(1/2)*149^(1/2)*t)/88))/149)/11
```

Fracciones parciales

Para este tema, tendremos una función principal $F(s)$ la cual utilizaremos para obtener sus fracciones parciales.

Partiendo con el **ejemplo 1**:

Se tiene la siguiente función:

$$F(s) = \frac{s + 5}{(s + 1)(s - 3)}$$

Llevando la función a su máxima expresión, tenemos:

$$F(s) = \frac{s + 5}{s^2 - 2s - 3}$$

En Matlab, obtendremos las raíces utilizando los comandos:

```
num=[ ]  
den=[ ]  
[r,p,k]=residue(num,den)
```

Donde:

num indica los valores del numerador

den indica los valores del denominador

r indica los coeficientes finales para el numerador

p indica los coeficientes finales para el denominador, los cuales sumarán o restarán a “s”

k son los términos independientes

Entonces, en nuestro programa se verá de la siguiente manera:

```
Command Window
>> num=[1 5]
num =
     1     5
>> den=[1 -2 -3]
den =
     1    -2    -3
```

$$F(s) = \frac{s + 5}{s^2 - 2s - 3}$$

Y el programa nos arroja como resultado lo siguiente:

```
>> [r,p,k]=residue(num,den)
r =
     2
    -1
p =
     3.0000
    -1.0000
k =
     []
```

→ Numerador

→ Denominador

→ Términos independientes (En este caso particular no tenemos)

Es importante mencionar, que a los números obtenidos en el denominador, se les deberá cambiar el signo.

Por lo que, obtenemos lo siguiente:

$$F(s) = \frac{2}{s-3} - \frac{1}{s+1}$$

Ejemplo 2:

$$F(s) = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

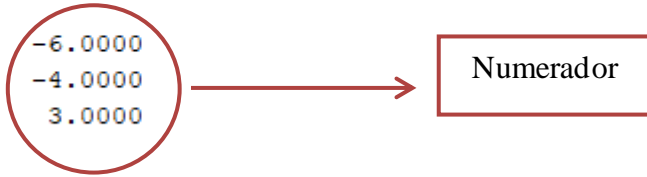
Al introducir las variables en el programa tenemos:

```
Command Window
>> num=[2 5 3 6]
num =
     2     5     3     6
>> den=[1 6 11 6]
den =
     1     6    11     6
```

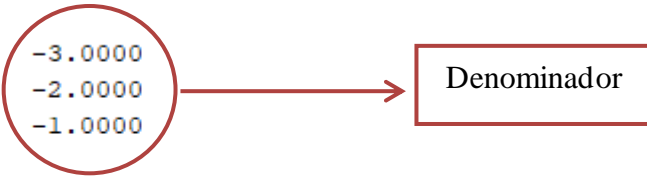
Y nos da como resultado:

```
>> [r,p,k]=residue(num,den)
```

r =



p =



k =



Entonces tenemos:

$$F(s) = -\frac{6}{s+3} - \frac{4}{s+2} + \frac{3}{s+1}$$

Ejemplo 3:

$$F(s) = \frac{5s + 7}{s^3 + 2 - s - 2}$$

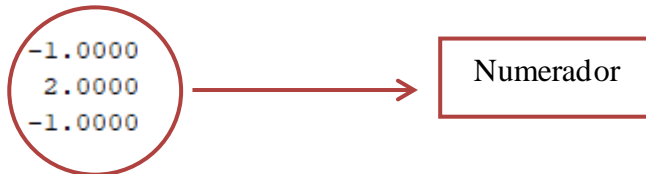
Lo introducimos a Matlab:

```
Command Window
>> num=[5 7]
num =
     5     7
>> den=[1 2 -1 -2]
den =
     1     2    -1    -2
```

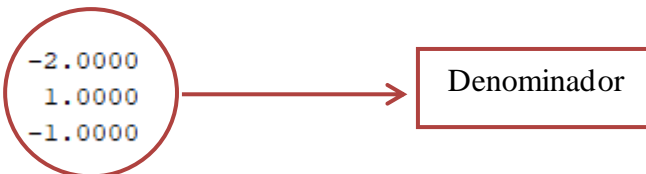
Obtenemos:

```
>> [r,p,k]=residue(num,den)
```

r =



p =



k =



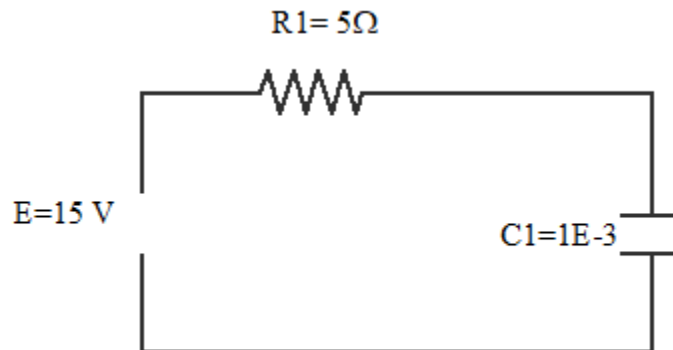
Entonces:

$$F(s) = -\frac{1}{s+2} + \frac{2}{s-1} - \frac{1}{s+1}$$

Sistemas de primer orden

Se tiene un circuito al cual se le tendrá que obtener el modelo, lo dejaremos en función de $V_c(s)$ y aplicaremos Laplace inversa.

Ejemplo 1:



$$V_i(t) = RI + V_c \quad \text{donde: } I_c = C \frac{d}{dt}, \text{ entonces como está en serie: } I_c=I$$

$$\therefore V_i(t) = R \left(C \frac{d}{dt} \right) + V_c$$

Aplicamos Laplace:

$$\frac{V_i(s)}{s} = RC (sV_c(s) - V_c(0)) + V_c(s)$$

$$\frac{V_i(s)}{s} = RCsV_c(s) - RCV_c(0) + V_c(s)$$

Para aplicar Laplace, es necesario simplificar y despejar $V_c(s)$:

$$\frac{V_i(s)}{s} = (RCs + 1)V_c(s) - RCV_c(0)$$

$$V_c(s) = \frac{\frac{V_i(s)}{s} + RCV_c(0)}{(RCs + 1)}$$

Simplificando:

$$Vc(s) = \frac{Vi(s) + sRCVc(0)}{s(RCs + 1)}$$

$$Vc(s) = \frac{Vi(s)}{s(RCs + 1)} + \frac{sRCVc(0)}{s(RCs + 1)}$$

$$Vc(s) = \frac{Vi(s)}{s(RCs + 1)} + \frac{RCVc(0)}{(RCs + 1)}$$

Sustituyendo los valores:

$$Vc(s) = \frac{15}{s(5 * 0.001s + 1)} + \frac{15 * 0.001 * 10}{(5 * 0.001s + 1)}$$

$$Vc(s) = \frac{15}{s(0.005s + 1)} + \frac{0.15}{(0.005s + 1)}$$

Según los temas vistos anteriormente, sabemos cómo calcular las fracciones parciales y Laplace inversa, entonces, utilizaremos estos conocimientos para facilitar el trabajo.

Comenzaremos encontrando fracciones parciales de la expresión obtenida antes.

$$Vc(s) = \frac{15}{s(0.005s + 1)} + \frac{0.15}{(0.005s + 1)}$$

```

Command Window
>> EjlPrimerOrden

r =

    3000

p =

   -200

k =

    []

emos:

1 - num=15;
2 - den=[0.005 1];
3 - sys=tf(num,den);
4 - [r,p,k]=residue(num,den)

```

$$Vc(s) = \frac{3000}{s + 200} + \frac{0.15}{(0.005s + 1)}$$

Aplicando Laplace inversa:

```
- syms t s;  
- Vs = ((3000)/(s+200)) + ((0.15)/(0.005*s+1));  
- ilaplace(Vs)
```

Command Window

```
ans =  
  
3030*exp(-200*t)
```

Obtuvimos:

$$Vc(t) = 3030e^{-200t}$$

Para introducir la función en matlab y obtener la gráfica, es necesario conocer los siguientes comandos:

```
t=linspace(a,b);  
y=();  
plot(t,y);
```

Donde:

t = nos define el eje “x” (tiempo)

a = el intervalo de tiempo que requerimos para dividir nuestra gráfica

b = La longitud total que queremos para nuestra gráfica

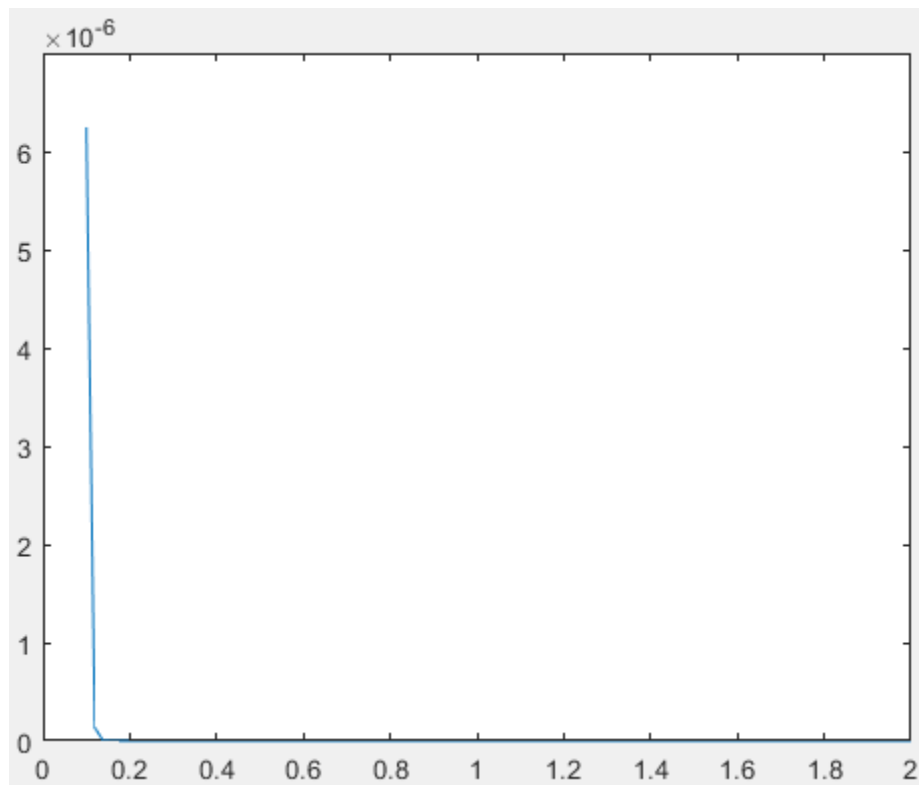
y = es la variable a la que aplicamos Laplace inversa (Vc(t) en estos ejemplos)

plot = crea la gráfica

Sabiendo lo anterior, introduciremos la función para obtener la gráfica:

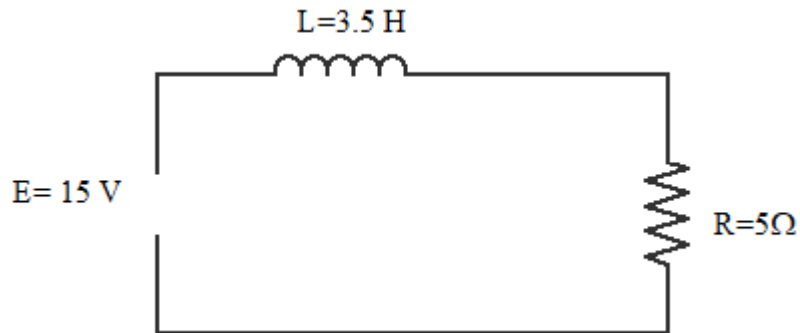
En este caso, utilizamos un espaciamiento de 0.1 segundos en una longitud total de 2

```
t=linspace(0.1,2);  
Vs=(3030*exp(-200*t));  
plot(t,Vs);
```



Ejemplo 2

Con $i(0) = 6\text{mA}$



$$Vi(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Aplicando Laplace:

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + L(sI(s) - I(0))$$

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + LsI(s) - LI(0)$$

Para aplicar Laplace, es necesario simplificar y despejar $I(s)$:

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + LsI(s) - LI(0)$$

$$\frac{VI(s)}{s} = I(s)(R + Ls) - LI(0)$$

$$I(s) = \frac{\frac{VI(s)}{s} + LI(0)}{(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{\frac{VI(s) + sLI(0)}{s}}{(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s) + sLI(0)}{s(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s)}{s(R + Ls)} + \frac{sLI(0)}{s(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s)}{s(R + Ls)} + \frac{LI(0)}{(R + Ls)}$$

Sustituyendo los valores:

$$I(s) = \frac{15}{s(5 + 3.5s)} + \frac{3.5 * 0.006}{(5 + 3.5s)}$$

Encontrando fracciones parciales de la expresión obtenida antes.

$$I(s) = \frac{15}{s(5 + 3.5s)} + \frac{3.5 * 0.006}{(5 + 3.5s)}$$

Comenzaremos encontrando fracciones parciales de la expresión obtenida antes.

```
num=15;
den=[3.5 5];
sys=tf(num,den);
[r,p,k]=residue(num,den)
```

```
>> Ej2PrimerOrden

r =

    4.2857

p =

   -1.4286

k =

    []
```

De acuerdo a los resultados anteriores tenemos:

$$I(s) = \frac{4.2857}{s + 1.4286} + \frac{3.5 * 0.006}{(5 + 3.5s)}$$

Aplicando Laplace inversa:

```
syms t s;  
Is= ((4.2857)/(s+1.4286)) + ((0.021)/(5+(3.5*s)));  
ilaplace(Is)
```

Obtenemos:

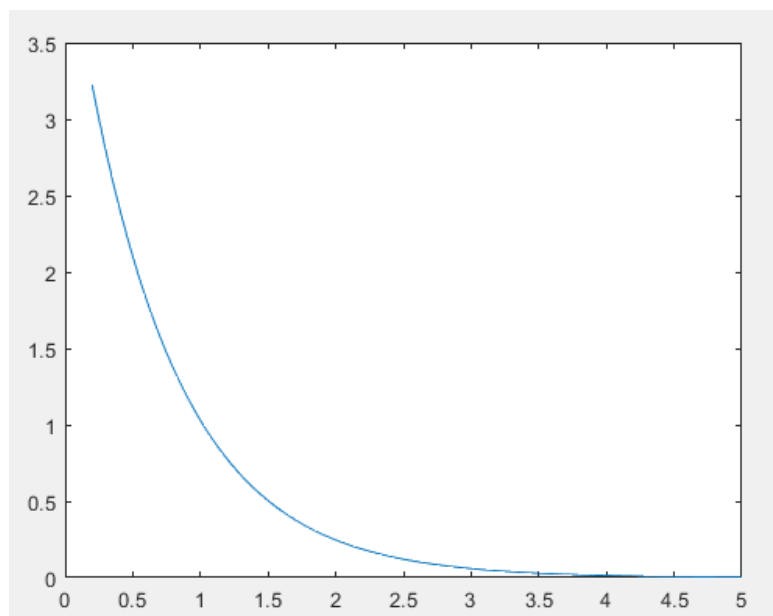
```
ans =  
  
(3*exp(-(10*t)/7))/500 + (42857*exp(-(7143*t)/5000))/10000
```

Obtuvimos:

$$I(t) = \frac{3e^{-\frac{10t}{7}}}{500} + \frac{42857e^{-\frac{7143t}{5000}}}{10000}$$

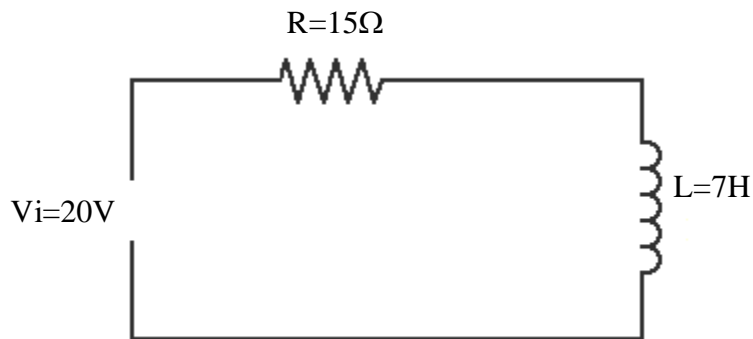
Obteniendo gráfica en matlab:

```
t=linspace(0.2,5);  
Is=(3*exp(-(10*t)/7))/500 + (42857*exp(-(7143*t)/5000))/10000;  
plot(t,Is)
```



Ejemplo 3:

$$i(0) = 8\text{mA}$$



$$Vi(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Aplicando Laplace:

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + L(sI(s) - I(0))$$

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + LsI(s) - LI(0)$$

Para aplicar Laplace, es necesario simplificar y despejar I(s):

$$\frac{VI(s)}{s} = RI(s) + LsI(s) - LI(0)$$

$$\frac{VI(s)}{s} = I(s)(R + Ls) - LI(0)$$

$$I(s) = \frac{\frac{VI(s)}{s} + LI(0)}{(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{\frac{VI(s) + sLI(0)}{s}}{(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s) + sLI(0)}{s(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s)}{s(R + Ls)} + \frac{sLI(0)}{s(R + Ls)}$$

$$I(s) = \frac{VI(s)}{s(R + Ls)} + \frac{LI(0)}{(R + Ls)}$$

Sustituyendo los valores:

$$I(s) = \frac{15}{s(15 + 7s)} + \frac{7(0.008)}{(15 + 7s)}$$

$$I(s) = \frac{15}{s(15 + 7s)} + \frac{0.056}{(15 + 7s)}$$

Encontrando fracciones parciales de la expresión obtenida antes.

$$I(s) = \frac{15}{s(15 + 7s)} + \frac{0.056}{(15 + 7s)}$$

Comenzaremos encontrando fracciones parciales de la expresión obtenida antes.

```

r =
    2.1429

num=15;
den=[7 15];
sys=tf(num,den);
[r,p,k]=residue(num,den)

p =
   -2.1429

k =

    []

```

De lo anterior tenemos que:

$$I(s) = \frac{2.1429}{s + 2.1429} + \frac{0.056}{(15 + 7s)}$$

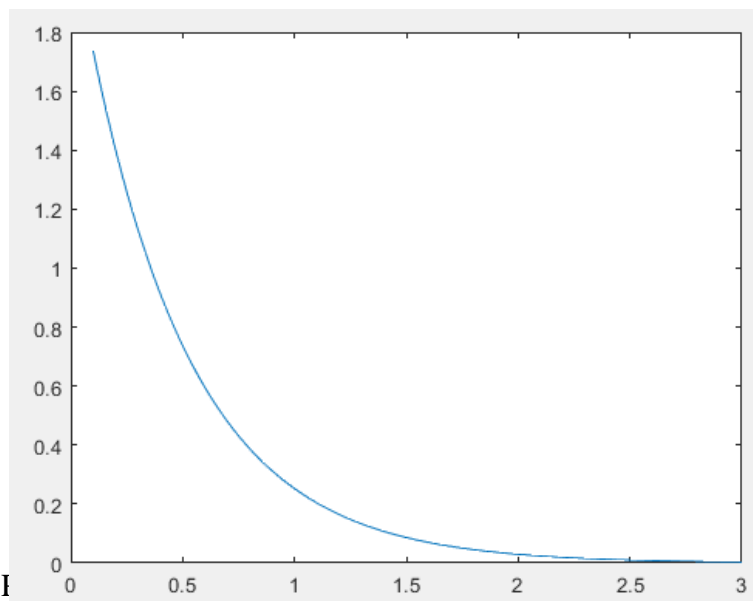
Aplicando Laplace inversa:

```
syms t s;  
Is = ((2.1429)/(s+2.1429)) + ((0.056)/(15+(7*s)));  
ilaplace(Is)  
  
ans =  
  
exp(-(15*t)/7)/125 + (21429*exp(-(21429*t)/10000))/10000
```

$$I(t) = \frac{e^{-\frac{15t}{7}}}{125} + \frac{125 + \left(21429e^{-\frac{21429t}{10000}}\right)}{10000}$$

Obteniendo gráfica en matlab:

```
t=linspace(0.1,3);  
It=exp(-(15*t)/7)/125 + (21429*exp(-(21429*t)/10000))/10000;  
plot(t,It)
```



Sistemas de segundo orden

Para la realización de este tipo de ejercicios, necesitaremos los siguientes comandos aparte de los trabajados en los ejercicios anteriores:

step(a)

pole(a)

Entonces, tenemos el ejemplo 1:

$$\frac{s + 4}{2s^2 + s + 1}$$

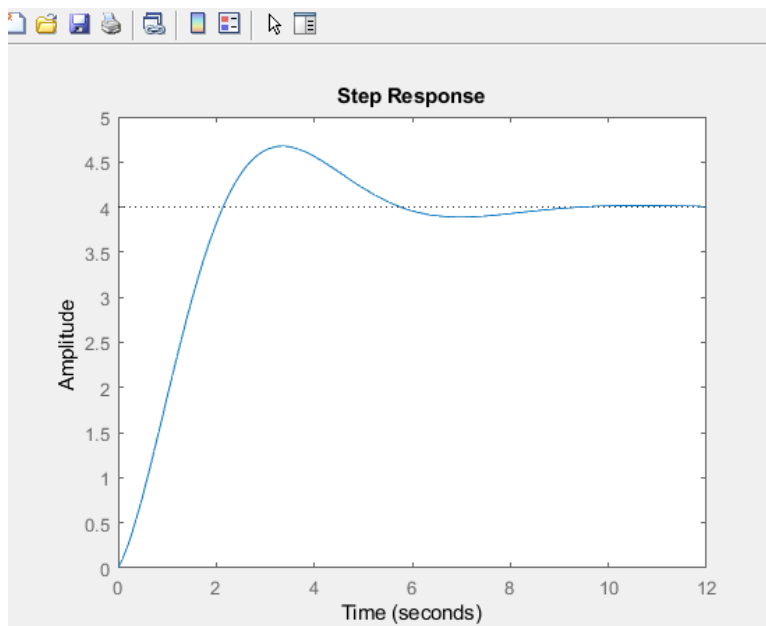
Para obtener su comportamiento y gráfica mediante matlab, introduciremos:

```
num=[1 4];  
den=[1 1 1];  
a=tf(num,den);  
step(a)
```

Definir numerador y denominador

Arrojará la gráfica de la función

Y obtendremos la gráfica:



Mediante el siguiente comando vamos a obtener los polos de nuestra función, con los cuales determinaremos su comportamiento:

```
num=[1 4];
den=[1 1 1];    ans =
a=tf(num,den);
step(a)         -0.5000 + 0.8660i
pole(a)         -0.5000 - 0.8660i
```

Por lo cual sabemos que esta función tiene comportamiento subamortiguado, es decir, dos polos complejos conjugados.

Ejemplo 2:

$$\frac{s + 7}{s^2 + s + 9}$$

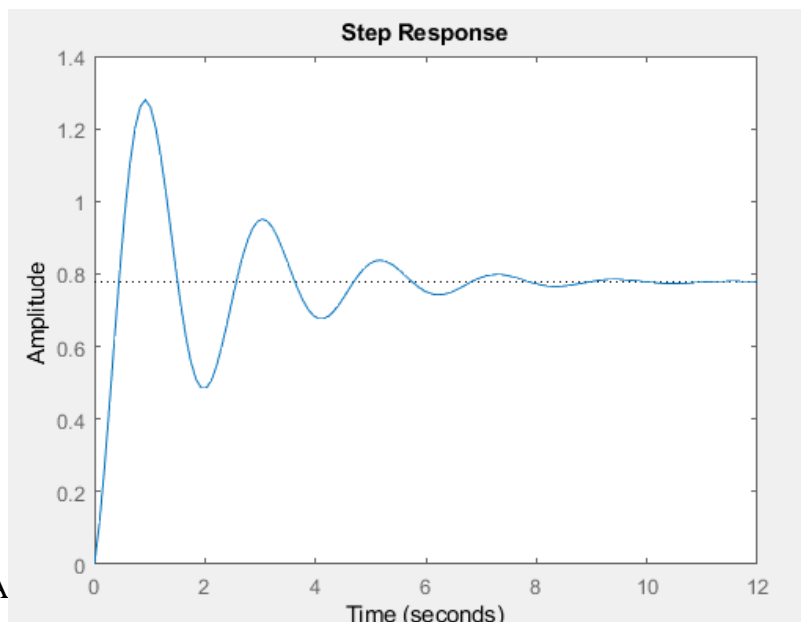
Para obtener su comportamiento y gráfica mediante matlab, introduciremos:

```
num2=[1 7];
den2=[1 1 9];
b=tf(num2,den2);
step(b)
pole(b)
```

Definir numerador y denominador

Arrojará la gráfica de la función

Y obtendremos la gráfica:



Mediante el siguiente comando vamos a obtener los polos de nuestra función, con los cuales determinaremos su comportamiento

```
num2=[1 7];  
den2=[1 1 9];  
b=tf(num2,den2);  
step(b)  
pole(b)
```

-0.5000 + 2.9580i
-0.5000 - 2.9580i

Podemos concluir que tiene comportamiento subamortiguado por sus dos polos complejos conjugados.

Ejemplo 3:

$$\frac{s + 9}{4s^2 + s + 11}$$

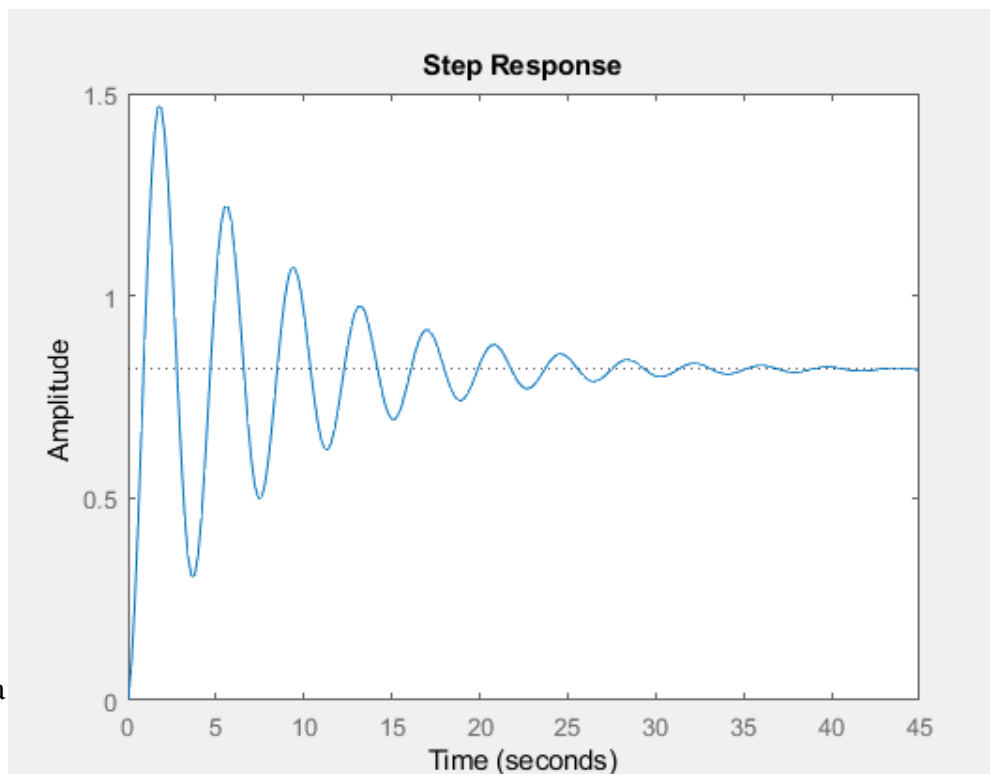
Para obtener su comportamiento y gráfica mediante matlab, introduciremos:

```
num3=[1 9];  
den3=[4 1 11];  
c=tf(num3,den3)  
step(c)
```

Definir numerador y denominador

Arrojará la gráfica de la función

Y obtendremos la gráfica:



Mediante el siguiente comando vamos a obtener los polos de nuestra función, con los cuales determinaremos su comportamiento

```
num3=[1 9];  
den3=[4 1 11];  
c=tf(num3,den3);  
step(c)  
pole(c)
```

ans =

```
-0.1250 + 1.6536i  
-0.1250 - 1.6536i
```

Determinamos su comportamiento, es subamortiguado, es decir, dos polos complejos conjugados.

Controladores P, PI, PID

Un sistema de control puede ser representado gráficamente por un diagrama de bloques, dichos diagramas indican la interrelación que existe entre los distintos componentes del sistema.

Los controladores P, PI y PID se refieren a

- Proporcional (P)
- Proporcional – Integral (PI)
- Proporcional Integral Derivativo (PID)

Donde el control **Proporcional (P)** da una salida del controlador que es proporcional al error. La función de transferencia entre la salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$ es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Donde K_p se denomina la ganancia proporcional.

El control **Proporcional – Integral (PI)**

Esta es la estructura más usual de controlador, es la forma más simple de eliminar el error en régimen permanente. El valor de salida del controlador proporcional varía en razón proporcional al tiempo en que ha permanecido el error y la magnitud del mismo, su función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s} \right)$$

Donde K_p es la ganancia proporcional y T_N se denomina tiempo de acción integral.

Control **Proporcional Integral Derivativo (PID)**

Este controlador calcula la desviación o error entre un valor medido y un valor deseado. El algoritmo del control PID consiste de tres parámetros distintos:

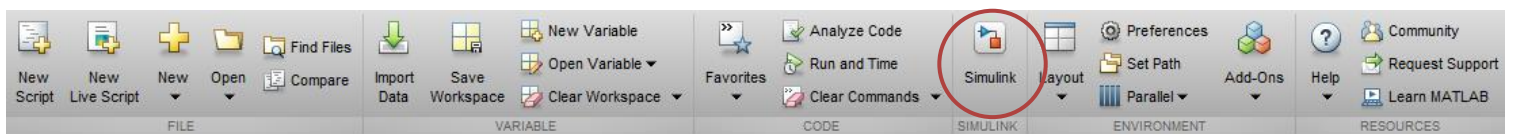
- ✓ El valor proporcional depende del error actual

- ✓ El valor integral depende de los errores pasados
- ✓ El valor derivativo es una predicción de los errores futuros

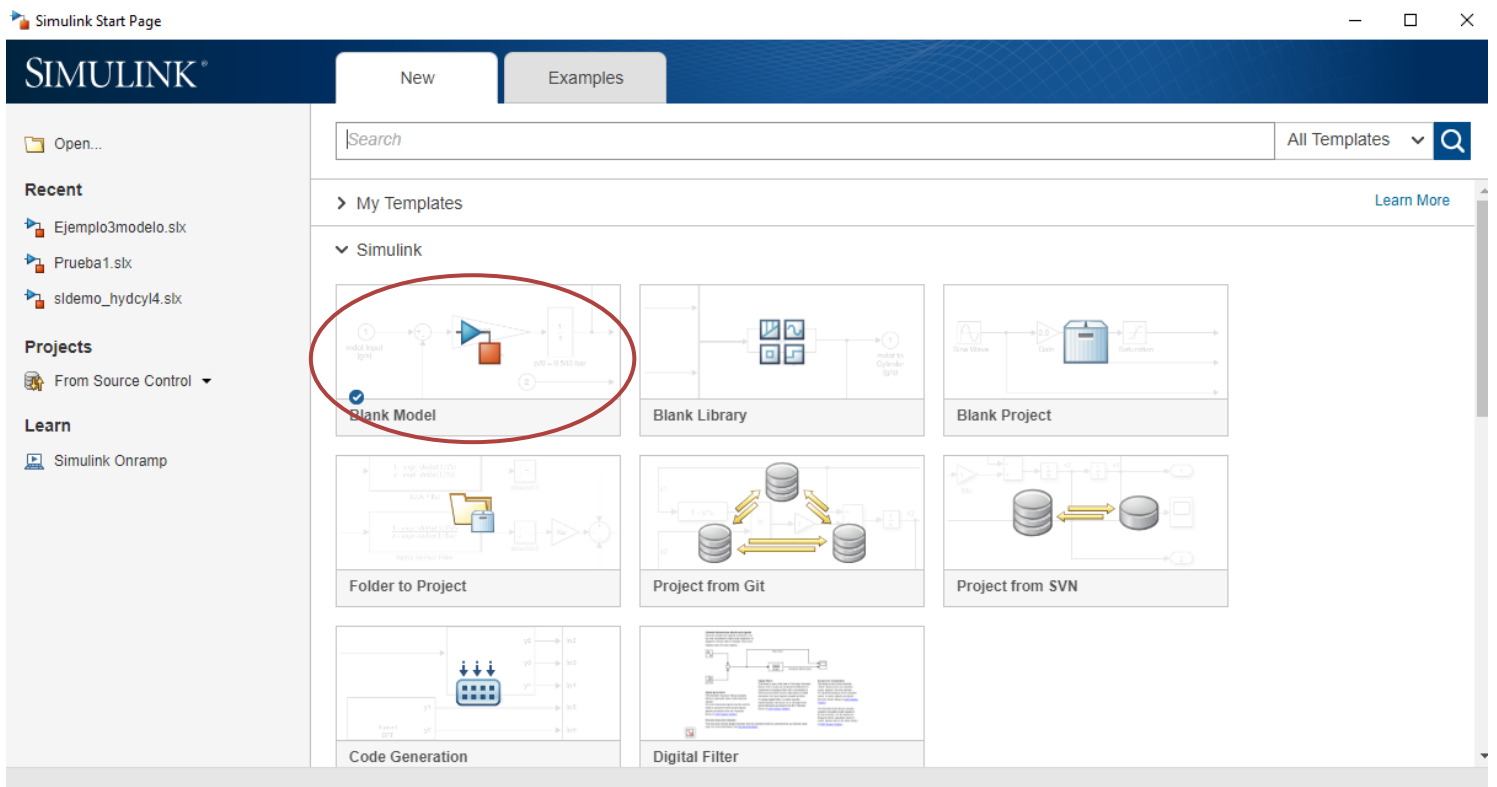
Esta combinación tiene la ventaja de que cada una de las tres acciones de control son individuales. La función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s} + T_v \cdot s \right)$$

Para comenzar a trabajar con este tema, debemos abrir simulink.



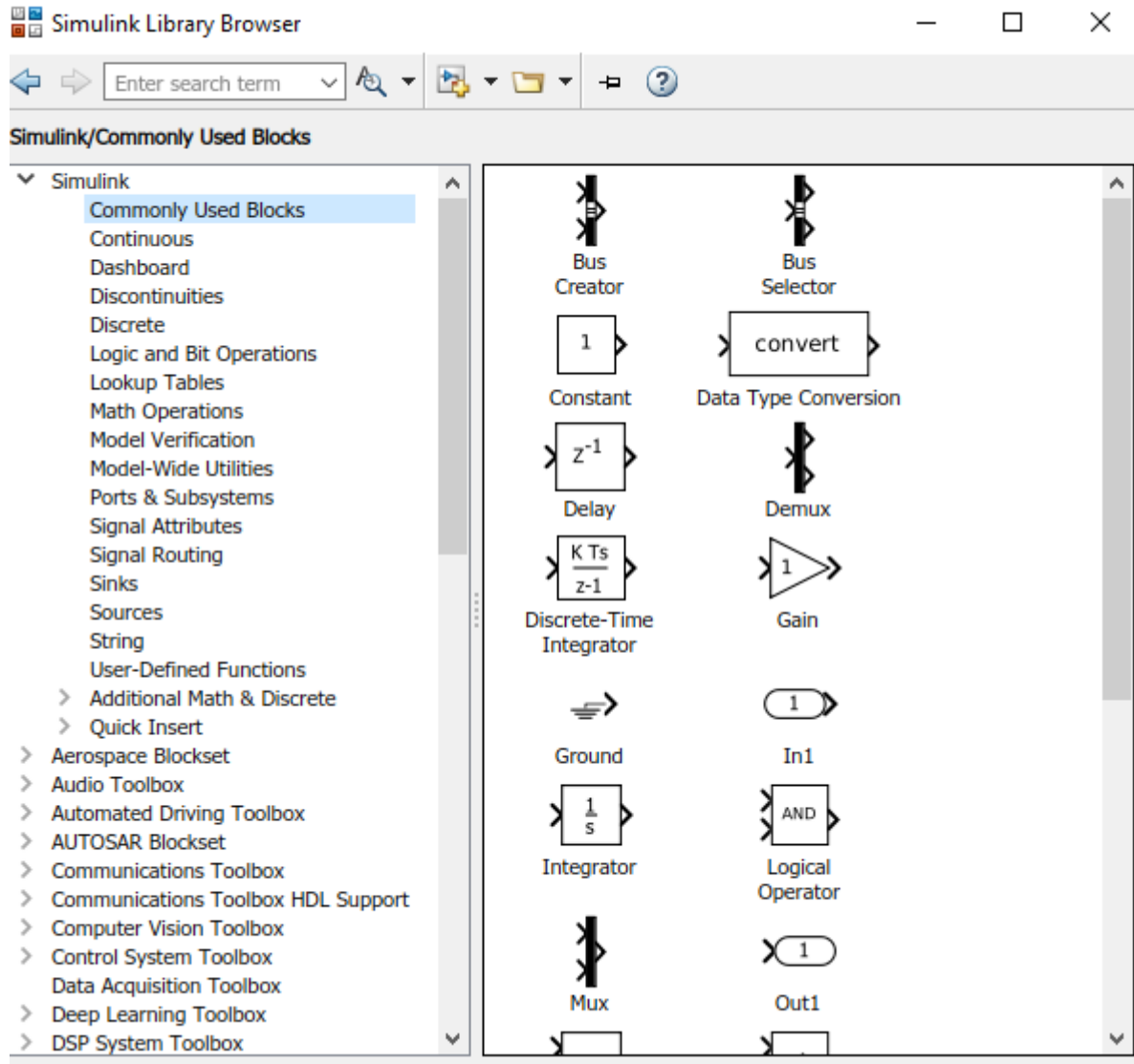
Daremos clic en el siguiente recuadro para poder crear un documento:



Necesitamos la librería, la cual la obtendremos dando clic como se muestra:



Y saldrá de la siguiente manera, ahí podremos seleccionar los elementos necesarios para conformar nuestro diagrama de bloques:



Los siguientes elementos son los principales que necesitaremos y los obtendremos de la librería:



Teniendo lo anterior, podremos comenzar.

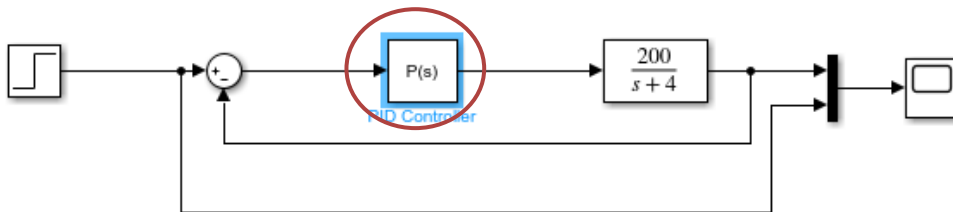
Ejemplo 1

La función de transferencia a utilizar en este ejemplo será:

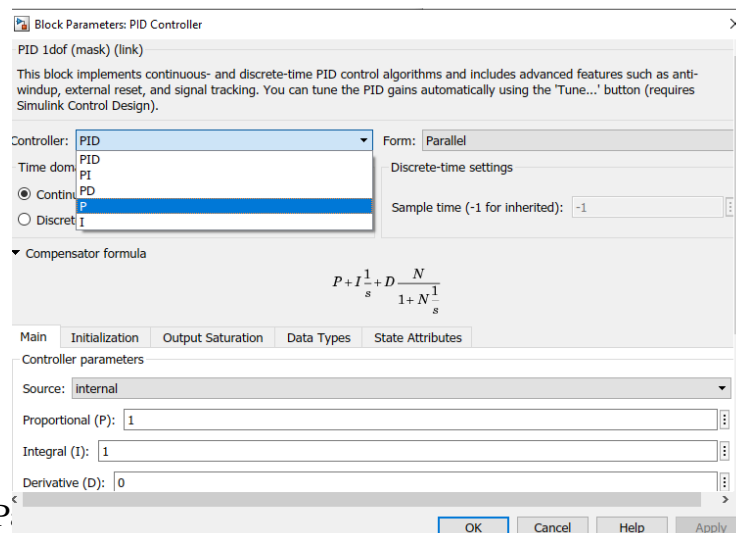
$$G_c(s) = \frac{200}{s + 4}$$

Utilizaremos controlador “P”.

Conectaremos los elementos de la manera que se muestra en la siguiente imagen y seleccionaremos el siguiente bloque para poder seleccionar el tipo de controlador que queremos:

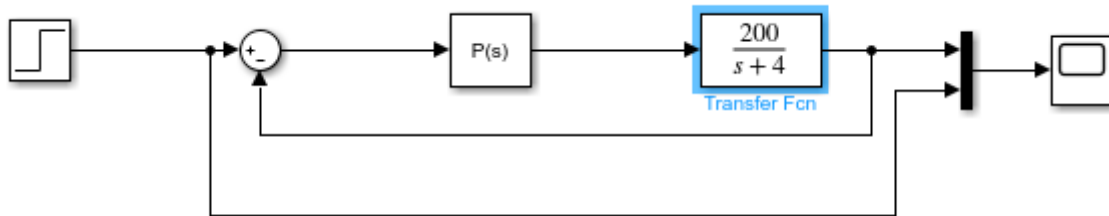


Daremos doble clic y nos saldrá una ventana como la siguiente:

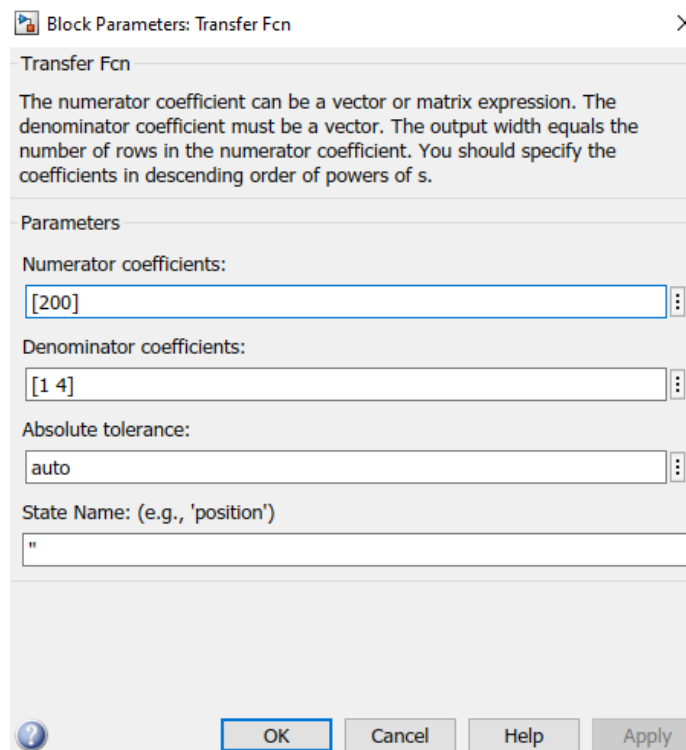


Y en este caso seleccionaremos “P” porque manejamos un controlador proporcional y damos clic en ok.

Después seleccionaremos con doble clic el siguiente elemento para poder ingresar la función de transferencia:



Y obtendremos la siguiente ventana, donde ingresaremos la función como ya vimos en ejemplos anteriores.



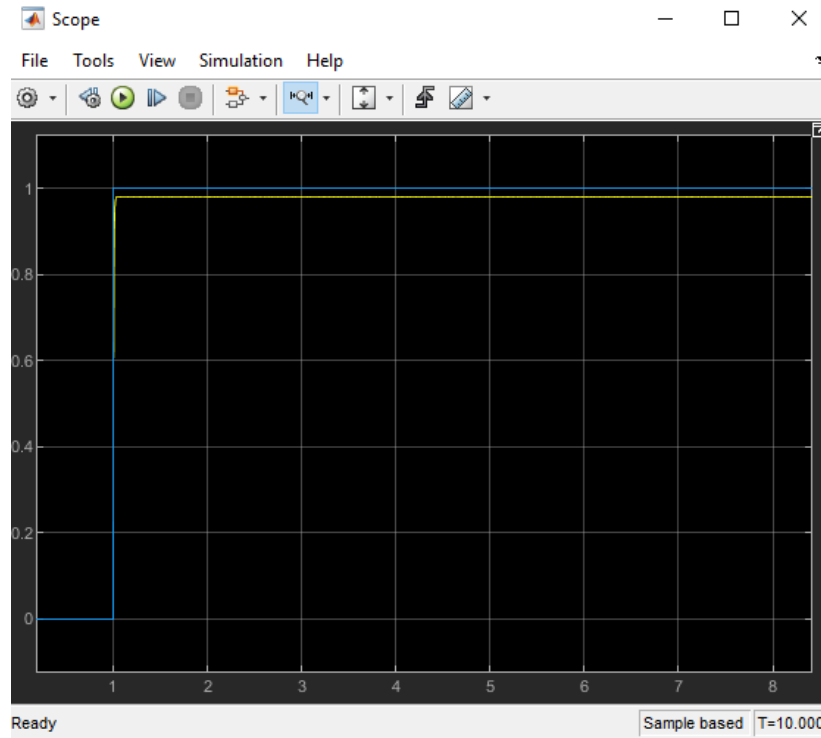
Iniciaremos el programa con play:



Y

Y daremos doble clic sobre el osciloscopio para que nos muestre la señal obtenida contra la señal ideal.

Para este caso, las señales obtenidas son las siguientes:



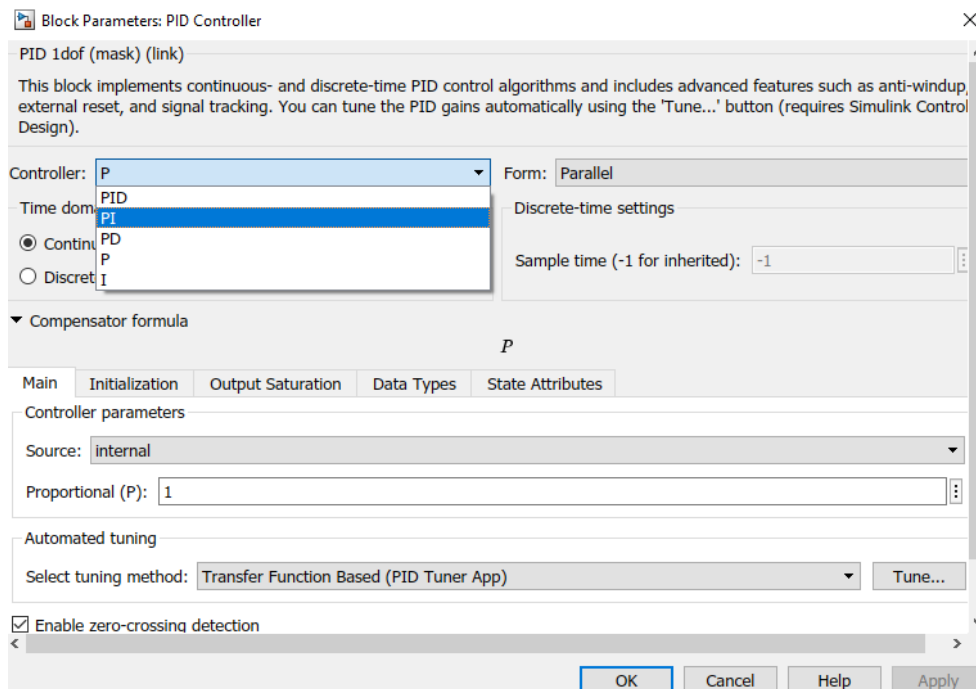
Donde la señal azul es la señal ideal con escalón 1 y la señal amarilla es la obtenida a través de la función de transferencia dada al inicio.

Ejemplo 2

La función de transferencia utilizada en este ejercicio será la siguiente:

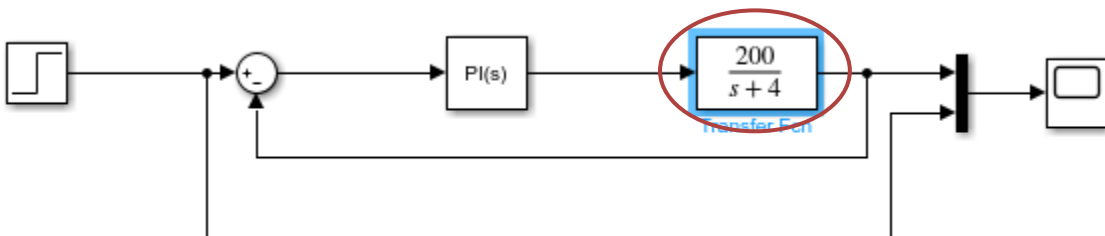
$$G_c(s) = \frac{36}{s + 7}$$

Y utilizaremos controlador “PI”, haremos la misma conexión que en el ejercicio anterior, pero modificaremos el tipo de controlador y la función de transferencia.



Seleccionaremos controlador “PI” y daremos clic en ok.

Después, seleccionamos a la función de transferencia para modificar los valores dados:



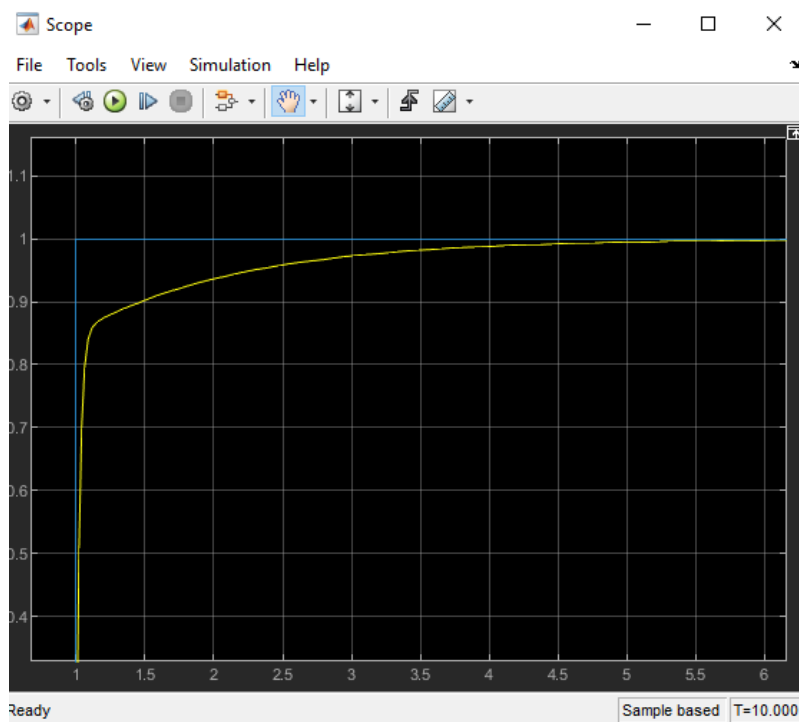
E ingresamos los siguientes valores:

Parameters

Numerator coefficients:

Denominator coefficients:

Damos play y doble clic en el osciloscopio para obtener las gráficas.



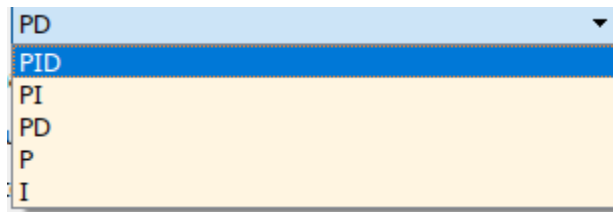
Donde la línea amarilla representa la salida del controlador y la azul la salida ideal con escalón 1.

Ejemplo 3

En este ejemplo utilizaremos la siguiente función de transferencia:

$$Gc(s) = \frac{450}{s + 19}$$

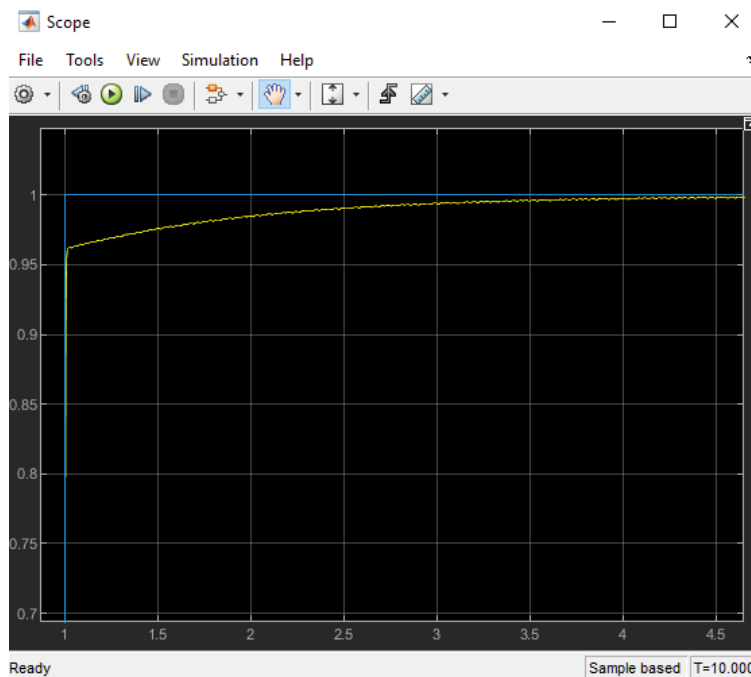
Y usaremos controlador PID, con la misma configuración dada en los ejercicios anteriores, cambiaremos los parámetros como se indicó antes: la del controlador y la de la función de transferencia.



Numerator coefficients:
[450]

Denominator coefficients:
[1 19]

Damos clic en play y doble clic en el osciloscopio para obtener las gráficas correspondientes.



Donde, como en los ejemplos anteriores, la línea azul representa la salida ideal de escalón 1 y la línea amarilla es la salida del controlador PID.

Diagrama de Bode

Un diagrama de Bode es, por definición, una gráfica semi logarítmica de la magnitud (en decibeles) y de la fase (en grados) de una función de transferencia en función de la frecuencia.

Con los diagramas de Bode es posible representar gráficamente el comportamiento de un circuito eléctrico ante variaciones en la frecuencia de excitación. Es decir, cuando un circuito es sometido a señales de alimentación de frecuencia variable, se utiliza el diagrama de Bode para analizar la amplitud de la ganancia y la fase de las corrientes y los voltajes en el circuito.

Los diagramas de Bode son un par de gráficos que representan la ganancia de un sistema y el desfase entre una señal de salida frente a una señal de entrada, donde el eje vertical está dado en decibeles y el horizontal en décadas.

Para comenzar a trabajar este tema, partiremos del ejemplo 1 para explicarlo más a detalle.

Ejemplo 1

Se tiene una función de transferencia, la cual en este caso será

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 13s + 30}$$

Sabemos que tendrá dos polos porque tenemos una función de segundo grado en el denominador, en este caso, dichos polos serán:

$$x_1 = 3 \quad y \quad x_2 = 10$$

Siendo estos, los valores en décadas a trabajar.

Para obtener los decibeles y décadas a trabajar, haremos lo siguiente.

Primero, factorizamos nuestra función de transferencia:

$$G(s) = \frac{10}{(s + 3)(s + 10)}$$

Después, vamos a obtener el valor de la constante de Bode “k”, retiraremos las “s”, es decir, vamos a suponer que tienen valor cero y vamos a realizar la operación correspondiente, como se muestra a continuación:

$$k = \frac{10}{(3)(10)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Para conocer la ganancia en decibeles, aplicaremos la siguiente fórmula:

$$20 \log (k)$$

Entonces, sustituyendo el valor de k obtenido anteriormente, tenemos que:

$$20 \log \left(\frac{1}{3} \right) = -9.5 \text{ dB} \quad \dots 1$$

Siendo este, el valor de decibeles con el que partiremos, el cual se mantendrá constante hasta nuestra primer década a utilizar, obtenida anteriormente.

Los polos proporcionan -20 dB por cada década, entonces, para saber los dB que baja de nuestra primer década a la segunda, aplicaremos la siguiente fórmula:

$$\#D = \log \left(\frac{d2}{d1} \right)$$

Donde:

#D= Número de décadas

d1= Década 1

d2= Década 2

Aplicando esto, obtenemos:

$$\#D = \log \left(\frac{10}{3} \right) = 0.523 \text{ décadas}$$

Como ya lo mencionamos antes, los polos bajan 20 dB por década, entonces, multiplicamos nuestro valor obtenido anteriormente por -20

$$-20(\#D) = -20(0.523) = -10.5 \text{ dB}$$

Entonces, a ese valor, le restaremos nuestro valor 1 obtenido antes, para obtener el valor aproximado de la ganancia, el cual nos indicará la cantidad de decibeles que bajará por década, con dichos valores ya podemos trazar nuestro diagrama de Bode

$$-10.5 - 9.5 = -20 \text{ dB aproximadamente}$$

Para conocer el desfase, sabemos que la constante es positiva, entonces vamos a encontrar los valores de las décadas obtenidas anteriormente y vamos a partir de 0° en el eje vertical de la gráfica, sabemos que un polo simple proporciona -90° , entonces, ese será el decrecimiento por década.

Para comparar los datos obtenidos anteriormente, vamos a considerar, que siempre baja -3dB aproximadamente por década, teniendo un valor en 3 décadas de -12.5 dB y en la década 10 de -23 dB aprox.

Entonces, realizaremos nuestros diagramas en Matlab, primero, debemos ingresar la función de transferencia dada como ya se ha mostrado en ejemplos anteriores, se verá de la siguiente manera:

```
>> num=10;
>> den=[1 13 30];
>> G=tf(num,den)

G =

      10
-----
s^2 + 13 s + 30

Continuous-time transfer function.
```

Después, utilizaremos el comando “Bode()” donde, entre paréntesis se va a colocar la letra asignada a la variable de nuestra función de transferencia.

```
>> num=10;
den=[1 13 30];
G=tf(num,den)

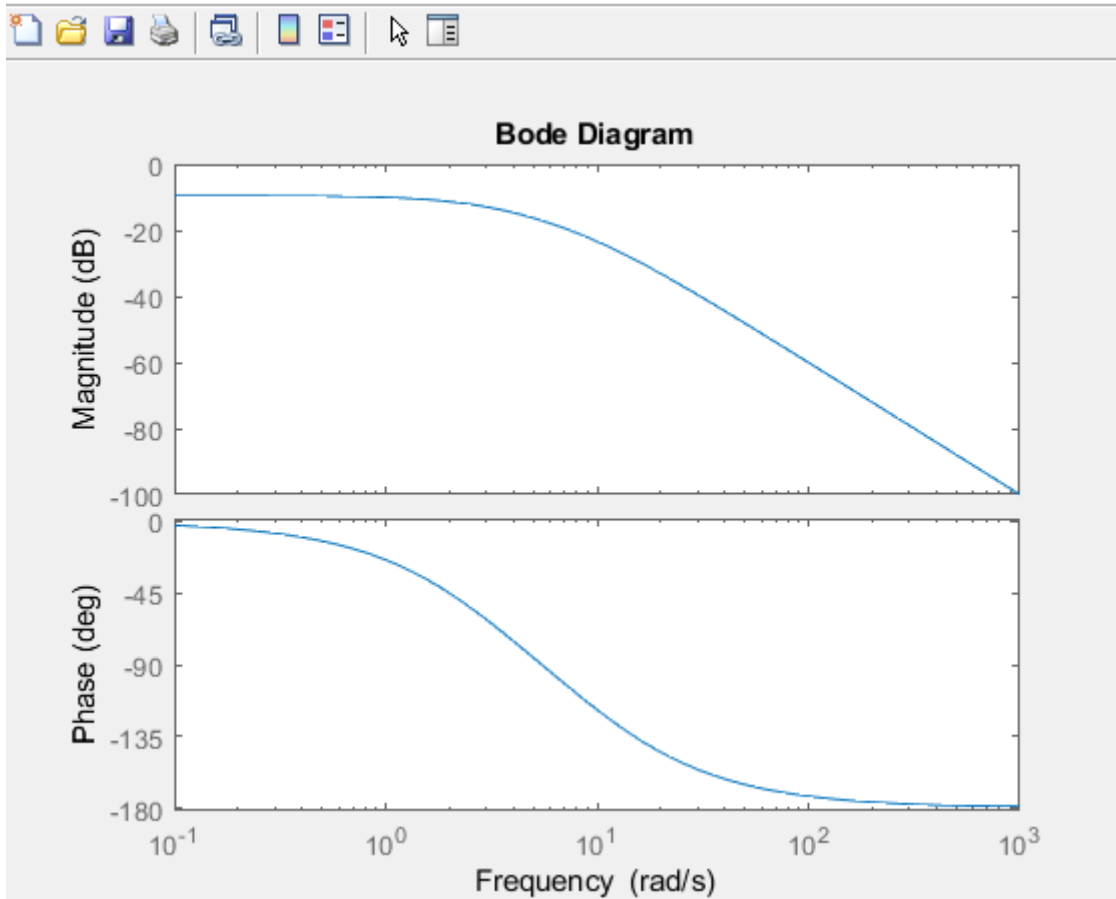
G =

      10|
-----
s^2 + 13 s + 30

Continuous-time transfer function.

>> bode(G)
```

Esperaremos unos segundos y el programa nos arrojará las gráficas



Entonces, recordando lo realizado anteriormente y lo mencionado en el recuadro:

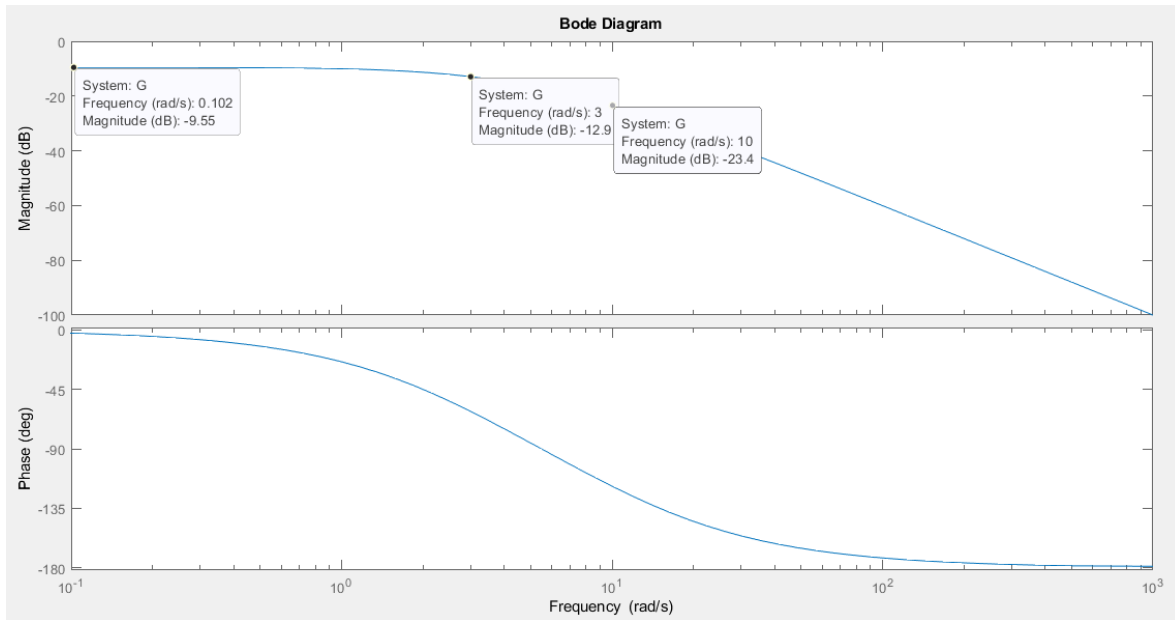
Comenzaremos con un nivel de -9.5 dB

Vamos a considerar, que siempre baja -3dB aproximadamente por década, teniendo:

Década 3 con -12.5 dB aprox. y

Década 10 con -23 dB aprox.

Y si observamos nuestras gráficas tenemos que:



Como resultado tenemos:

Comienza a -9.55 dB

Década 3 con - 12.9 dB

Década 10 con -23.4 dB

Si comparamos con los datos previamente calculados, está correcto.

Ejemplo 2

Tenemos la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{25}{s^2 + 18s + 32}$$

Las raíces son:

$$x_1 = 2 \quad y \quad x_2 = 16$$

Suponiendo a $s=0$:

$$G(s) = \frac{25}{(2)(16)}$$

Obteniendo la constante k:

$$k = \frac{25}{(2)(16)} = \frac{25}{32}$$

Valor de partida:

$$20 \log\left(\frac{25}{32}\right) = -2.144 \text{ dB}$$

Decibeles:

$$\#D = \log\left(\frac{16}{2}\right) = 0.9 \text{ décadas}$$

Decibeles por década:

$$-20(\#D) = -20(0.9) = -18 \text{ dB}$$

Decibeles en década 16:

$$-18 - 2.144 = -20.144 \text{ dB}$$

Ahora, si consideramos los-3dB por década, tendríamos como valores finales los siguientes:

Valor de partida: -2.144 dB

Década 2: -5.144 dB

Década 16: -23.144 dB

Ahora, introducimos los datos en Matlab:

```
>> num=25;
den=[1 18 32];
G=tf(num,den)

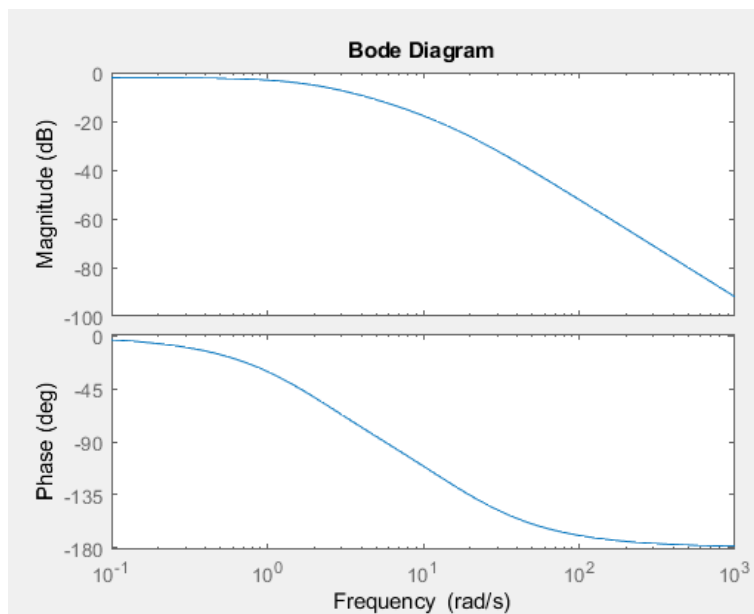
G =

      25
-----
s^2 + 18 s + 32

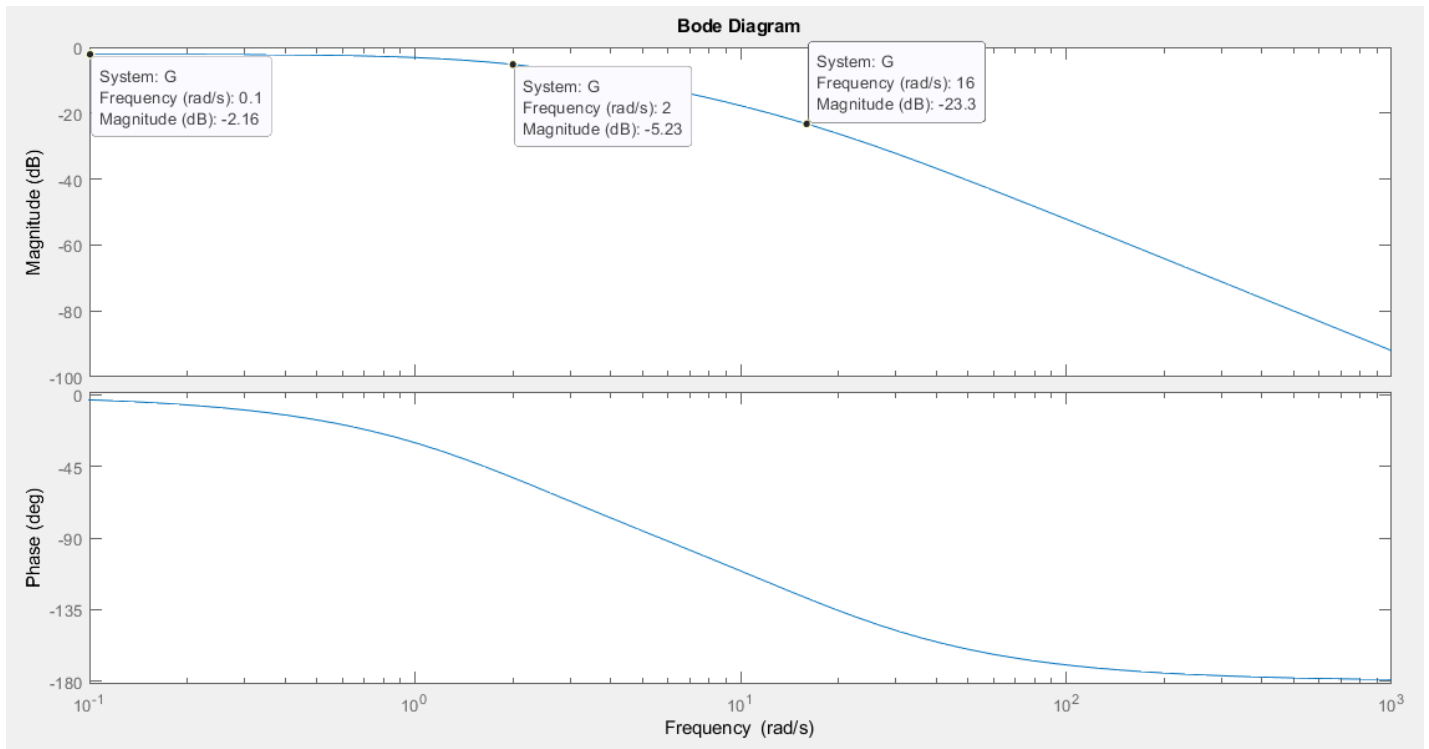
Continuous-time transfer function.

>> bode(G)
```

Obtenemos las gráficas:



Analizando para comparar los resultados tenemos:



Valor de partida: -2.16 dB

Década 2: -5.23 dB

Déada 16: -23.3 dB

Entonces, comparando con los valores calculados, el procedimiento es correcto.

Ejemplo 3

Partimos de la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{60}{s^2 + 25s + 84}$$

Las raíces son:

$$x_1 = 4 \quad y \quad x_2 = 21$$

Suponiendo a $s=0$:

$$G(s) = \frac{60}{(4)(21)}$$

Obteniendo la constante k:

$$k = \frac{60}{(4)(21)} = \frac{60}{84}$$

Valor de partida:

$$20 \log \left(\frac{60}{84} \right) = -2.922 \text{ dB}$$

Decibeles:

$$\#D = \log \left(\frac{21}{4} \right) = 0.72 \text{ décadas}$$

Decibeles por década:

$$-20(\#D) = -20(0.72) = -14.4 \text{ dB}$$

Decibeles en década 21:

$$-14.4 - 2.922 = -17.322 \text{ dB}$$

Ahora, si consideramos los-3dB por década, tendríamos como valores finales los siguientes:

Valor de partida: -2.922 dB

Década 2: -5.922 dB

Década 16: -20.322 dB

Ahora, introducimos los datos en Matlab:

```
>> num=60;
den=[1 25 84];
G=tf(num,den)

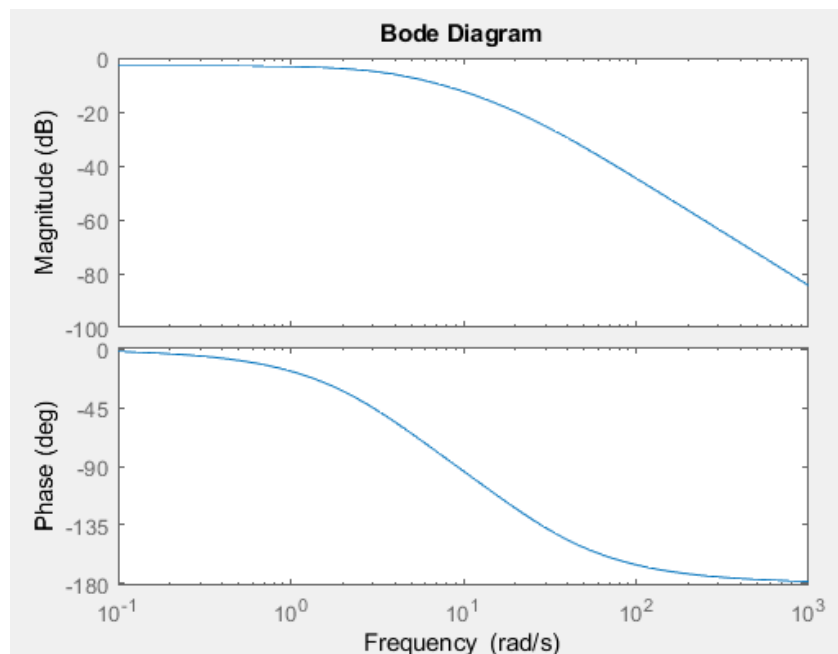
G =

      60
-----
s^2 + 25 s + 84

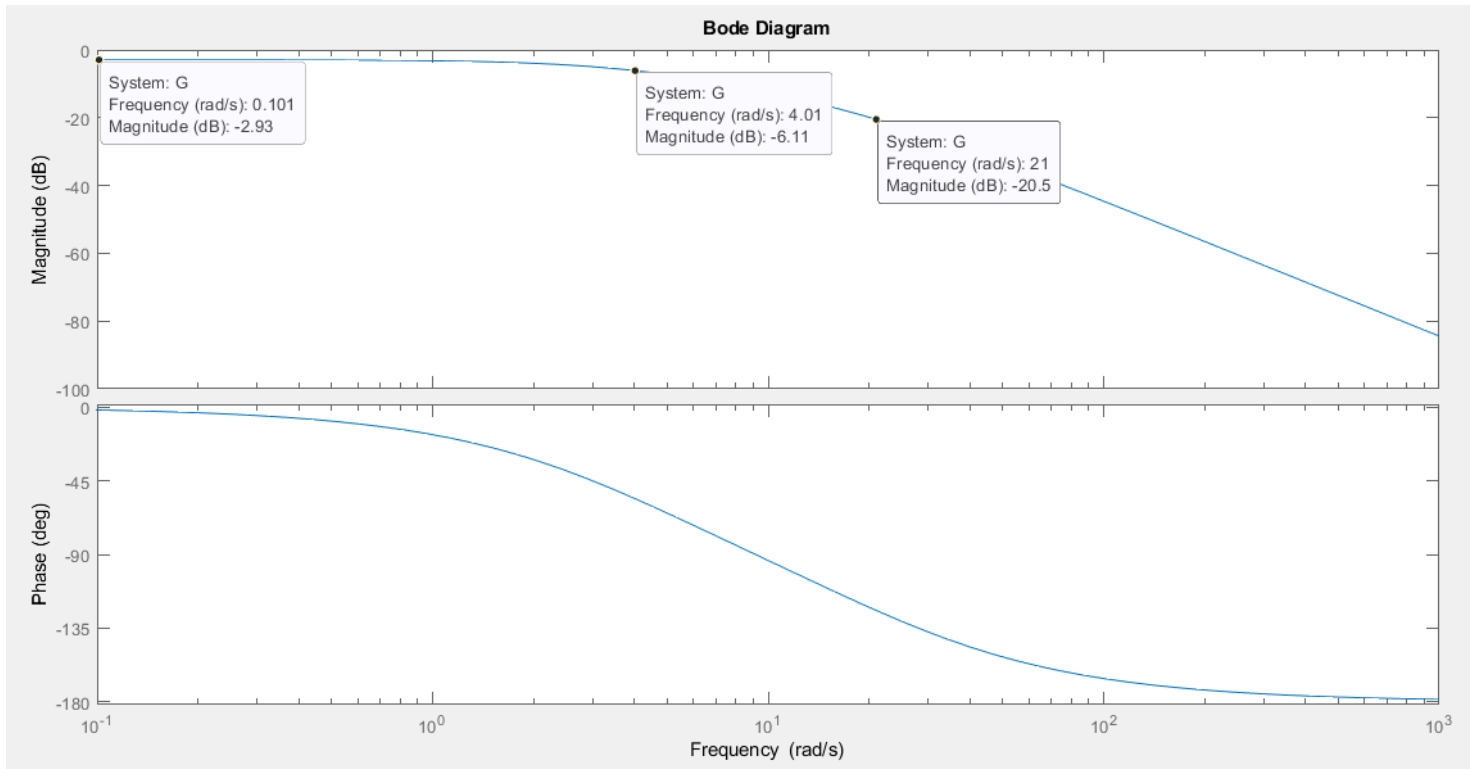
Continuous-time transfer function.

>> bode(G)
```

Obteniendo las gráficas:



Localizando los datos:



Valor de partida: -2.93 dB

Década 4: -6.11 dB

Década 21: -20.5 dB

Entonces, concluimos que el procedimiento se llevó a cabo correctamente.

Ejercicio propuesto

$$H(s) = \frac{s(s+2)}{(s+4)}$$

El primer paso es encontrar los polos y los ceros correspondientes a la función de transferencia del ejercicio. Los polos estarán en la parte del denominador, mientras que los ceros estarán en el numerador:

$$H(s) = \frac{s(s+2) \dots \text{Numerador}}{(s+4) \dots \text{Denominador}}$$

$$\text{Numerador} \rightarrow s(s+2) \rightarrow s = 0 \quad \text{y} \quad s = -2$$

$$\text{Denominador} \rightarrow (s+4) \rightarrow s = -4$$

Entonces nuestros ceros serían:

$$s = 0 \quad \text{y} \quad s = -2$$

Y el polo sería:

$$s = -4$$

Es necesario también obtener la ganancia de la función, para eso, se va a intentar simplificar más la función de transferencia con el fin de que el numerador y denominador tengan la forma $\frac{S}{N} + 1$

$$H(s) = \frac{s(s+2)}{(s+4)} = \frac{s\left(\frac{s}{2} + 2\right)}{\left(\frac{s}{4} + 4\right)} = \frac{2s\left(\frac{s}{2} + 1\right)}{4\left(\frac{s}{4} + 1\right)} = \frac{0.5s\left(\frac{s}{2} + 1\right)}{\frac{s}{4} + 1}$$

En donde el término 0.5 es, nuestra constante k: Es decir, que ya podemos obtener la ganancia de la función de transferencia aplicando el $20\log()$, de la siguiente manera:

$$20\log(k) \rightarrow 20\log(0.5) = -6.02 \text{ dB}$$

Los datos obtenidos servirán para marcar las señales asíntotas resultantes en el diagrama.

Vamos a iniciar obteniendo la señal asíntota en el diagrama de Magnitud dB, entonces, introducimos el código usando los comandos vistos anteriormente:

```
>> num=[1 2 0]

num =

     1     2     0

>> den=[1 4]

den =

     1     4

>> G=tf(num,den)

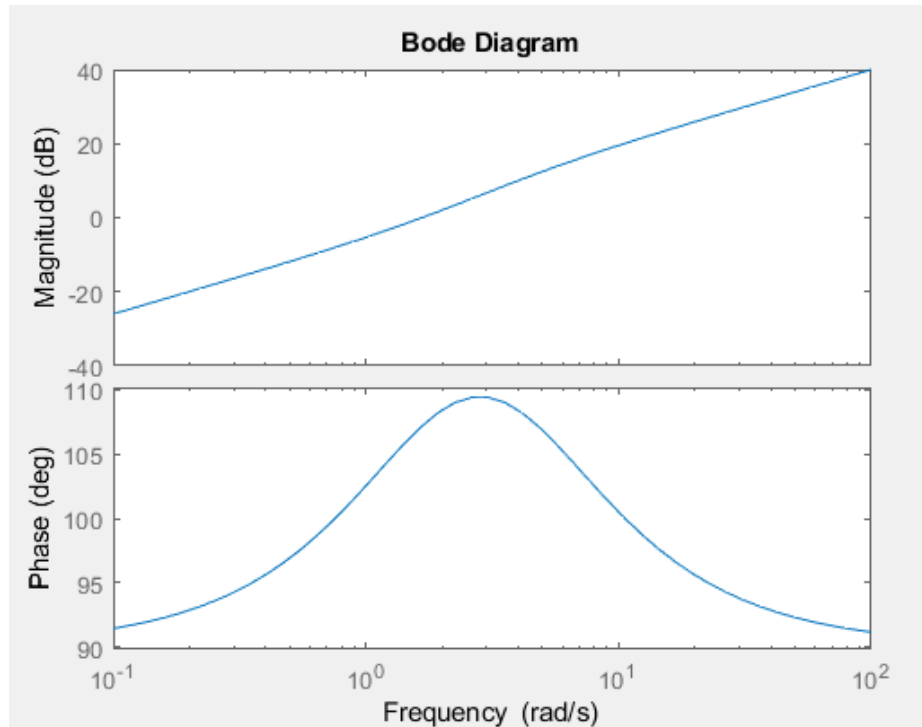
G =

      s^2 + 2 s
      -----
        s + 4

Continuous-time transfer function.

>> bode(G)
```

Donde obtenemos las siguientes gráficas, las cuales vamos a comparar con los datos obtenidos.



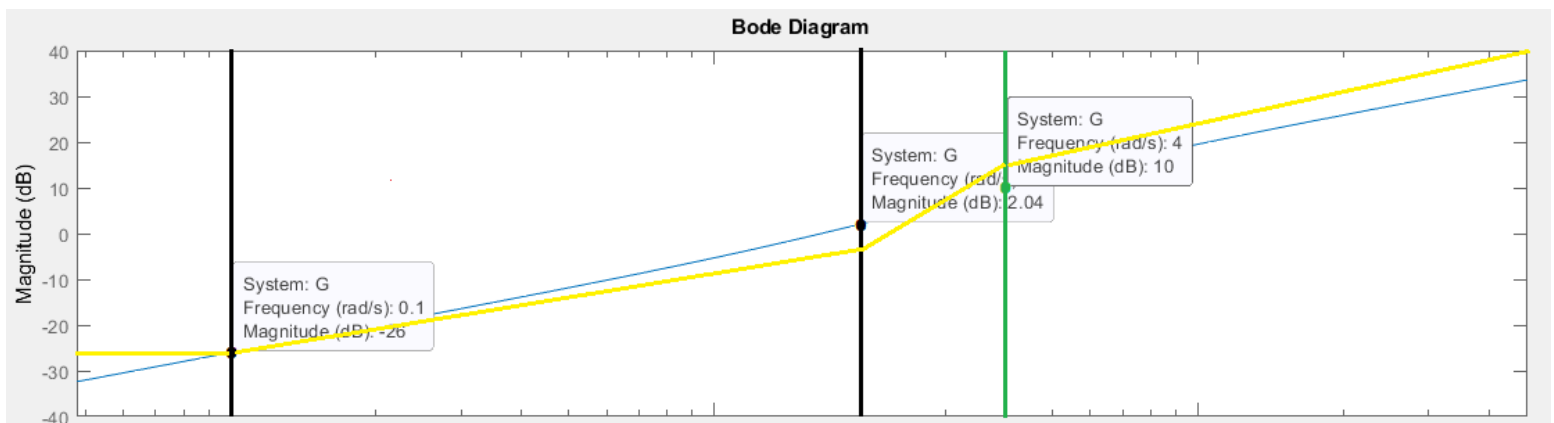
Entonces, según lo que tenemos en los datos obtenidos mediante las fórmulas, la gráfica debería quedar de la manera siguiente, donde:

Línea amarilla corresponde a los datos calculados

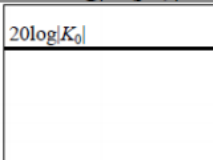
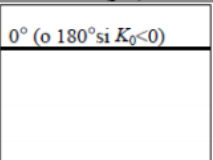
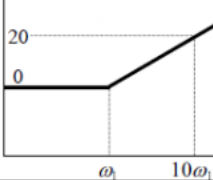
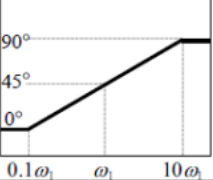
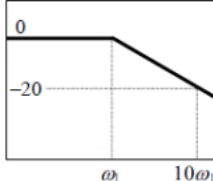
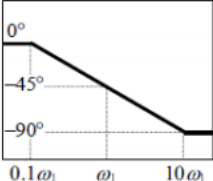
Línea azul la respuesta real obtenida mediante el programa Matlab

Puntos negros son los ceros

Punto verde es el polo



Las gráficas resultantes se obtendrán siguiendo las siguientes reglas:

Término	$20\log T_i(j\omega) $	$\angle T_i(j\omega)$
Constante K_0		
Cero $\frac{s}{\omega_1} + 1$		
Polo $\frac{1}{\frac{s}{\omega_1} + 1}$		

Se puede observar que la ganancia de la función de transferencia se consiguió por medio de la constante 0.5 señal asíntota. Si nos fijamos en la imagen anterior, como iniciamos con una constante, entonces la señal comenzará en -20dB. Pero a los -20dB debemos sumarle la ganancia (-6.02 dB).

Entonces, el punto de partida de la señal será en: -26.02dB.

La señal va a cambiar hasta el punto en donde nos encontremos un cero o un polo. Se puede observar que el primer cero que nos encontramos es:

$$0.5s = 0 \rightarrow s = 0$$

$$\omega_1 = 0$$

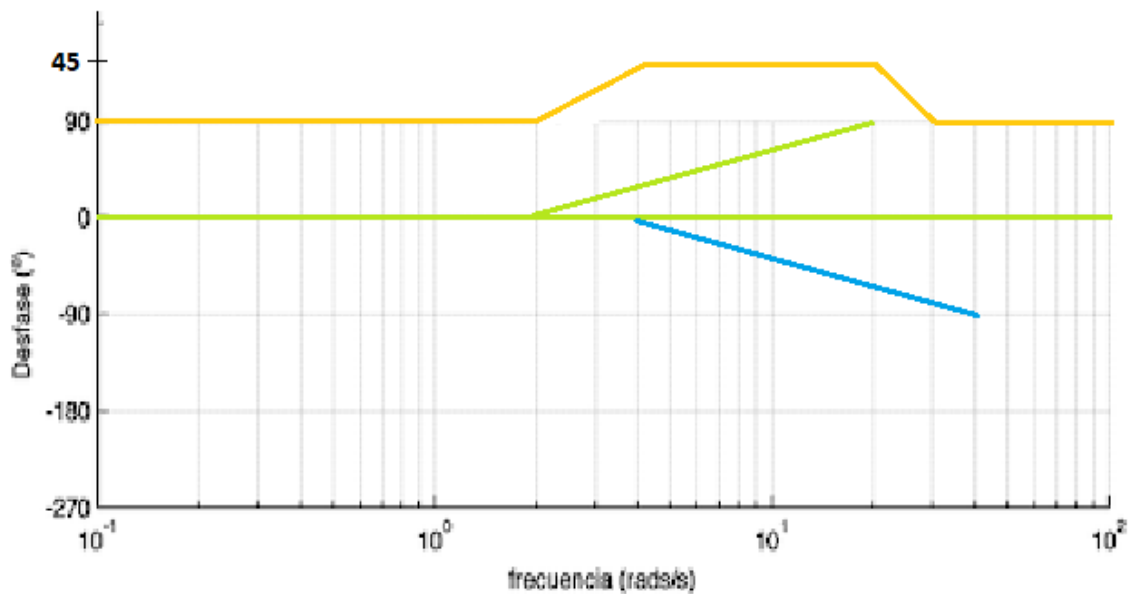
En donde habrá una ganancia de 20dB por una década o hasta el siguiente polo o cero, lo que suceda primero. Entonces como la señal ya se encontraba en -26.02dB y con el cero obtuvo 20dB, la señal aumenta a -6.02 dB.

Después nos encontramos con otro cero $\omega_2 = 2$ lo cual hará exactamente el mismo comportamiento debido a que tiene la misma forma que el cero anterior $\frac{s}{w} + 1$

Entonces si la señal se encontraba en -6.02 dB y aumenta 20 dB hasta el siguiente polo o hasta que se cumpla la década, tendríamos una señal de 13.98dB

Ya solo falta que la señal pase por el polo $\omega_3 = 4$. Aquí vuelve a haber un incremento de 20dB y este incremento será de este punto en adelante debido a que ya no hay más ceros o polos que cambien su comportamiento.

Para el diagrama de fase, se tiene lo siguiente:



Donde:

Línea azul es el polo 4

Líneas verdes son los ceros 0 y 2

Línea amarilla es la línea asíntota resultante de la señal

La ganancia la obtuvimos a partir de una constante:

$$20 \log(K) \rightarrow 20 \log(0.5) = -6.02 \text{ dB}$$

Esto indica que nuestro punto de inicio serán 0° más los 90° , entonces la señal asíntota iniciará en 90° . La señal permanecerá a 0° hasta llegar a nuestro próximo cero. Después la señal se encuentra con el inicio del cero $\omega_2 = 2$. Sabemos que esto significa que la señal crecerá 45° hasta el siguiente polo o cero.

La señal se encuentra con el inicio de polo $\omega_3 = 4$ y esto nos indica que la señal va a caer 45° . Entonces $+45^\circ - 45^\circ = 0^\circ$. Lo que indica que nuestra señal ahora será una línea recta horizontal hasta el próximo inicio o fin de polos o ceros.

Después vemos el fin del cero $\omega_2 = 2$, lo que provoca que la señal sufra un cambio de -45° . Ahora la señal se desvía a $0^\circ - 45^\circ = -45^\circ$.

Luego podemos observar que la línea del polo $\omega_3 = 4$ también llega a su fin, esto quiere decir que aumenta 45° . Entonces la señal cambia de nuevo: $-45^\circ + 45^\circ = 0^\circ$.

Como resultado tenemos que la señal asíntota continúa en una dirección de 0° hasta el final pues ya no habrá ningún otro polo o cero que altere éste comportamiento.

Para realizar este tema, necesitaremos hacer uso de las siguientes fórmulas:

$$k = [(\#P - \#Z) - 1]$$
$$\gamma = \frac{\sum polos - \sum zeros}{(\#P - \#Z)}$$
$$\theta_n = \frac{(2k + 1)180^\circ}{\#P - \#Z}$$

Donde:

γ = origen de las asíntotas

θ_n = Ángulos de las asíntotas

El número de polos y zeros lo obtendremos con matlab, así que utilizaremos los siguientes comandos para la realización de los ejercicios y la obtención de las gráficas:

```
polos=root(f.den{1})  
zeros=roots(f.num{1})  
  
rlocus(f)
```

Donde:

polos = Desplegará los polos de la función

zeros = Desplegará los zeros de la función

rlocus = Desplegará la gráfica obtenida

f = Nombre que se le asignó a la función

Ejemplo 1

Partiremos de la siguiente función

$$\frac{s^2 + 4}{s^6 + 3s^5 + 7s^4 + s^3 + 10s^2 + 6s + 15}$$

Introduciremos la función a Matlab, como se ha visto en temas anteriores y después obtendremos los polos, zeros y la gráfica:

```
>> num=[1 0 4]

num =

     1     0     4

>> den=[1 3 7 1 10 6 15]

den =

     1     3     7     1    10     6    15

>> f=tf(num,den)

f =

              s^2 + 4
-----
s^6 + 3 s^5 + 7 s^4 + s^3 + 10 s^2 + 6 s + 15

Continuous-time transfer function.
```

```
>> polos=roots(f.den{1})

polos =

-1.6981 + 2.0702i
-1.6981 - 2.0702i
 0.7649 + 1.0142i
 0.7649 - 1.0142i
-0.5668 + 0.9876i
-0.5668 - 0.9876i

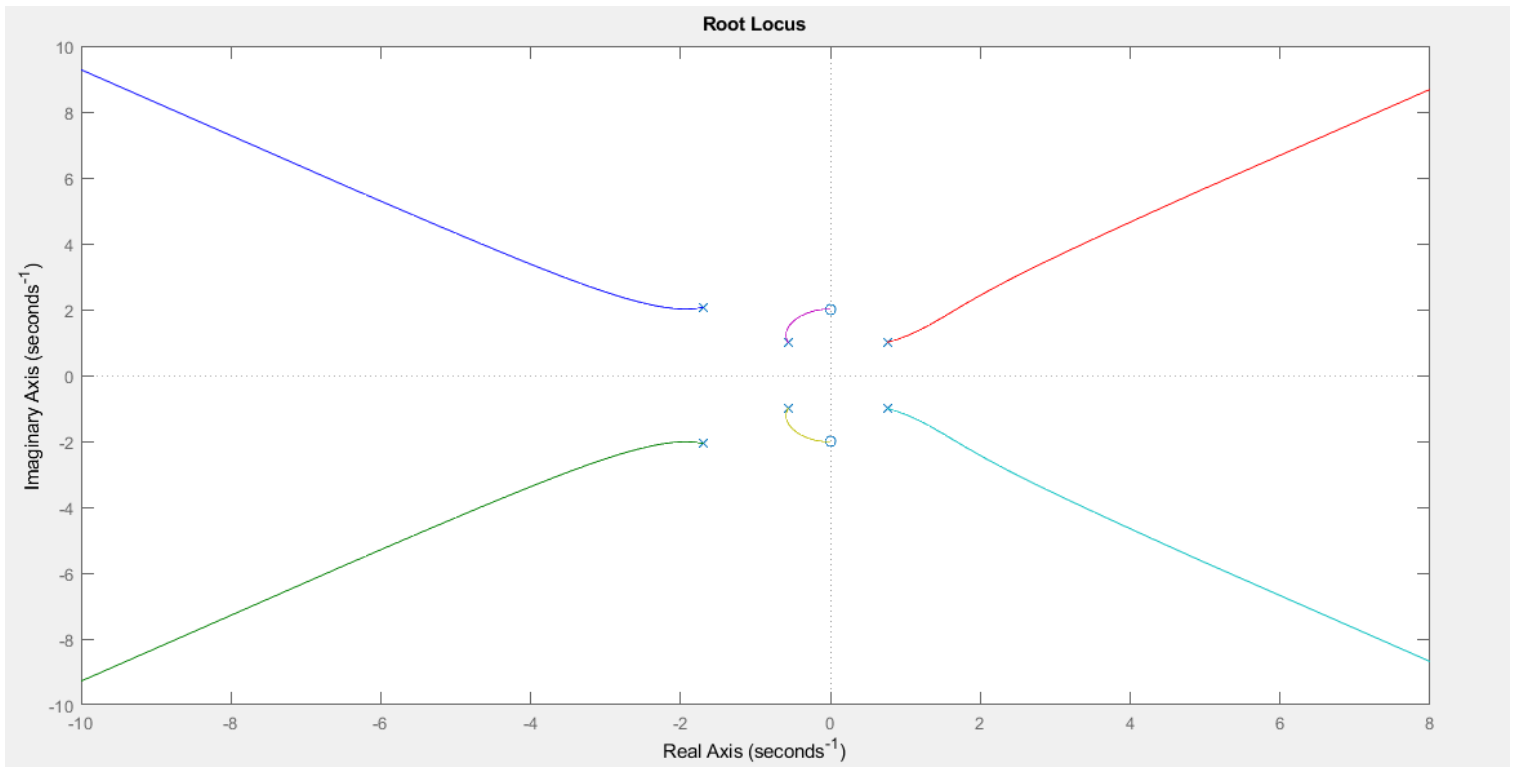
>> zeros=roots(f.num{1})

zeros =

 0.0000 + 2.0000i
 0.0000 - 2.0000i

>> rlocus(f)
```

Obtenemos la siguiente gráfica:



Entonces realizaremos las ecuaciones:

$$k = [(\#P - \#Z) - 1] = (6 - 2) - 1 = 3$$

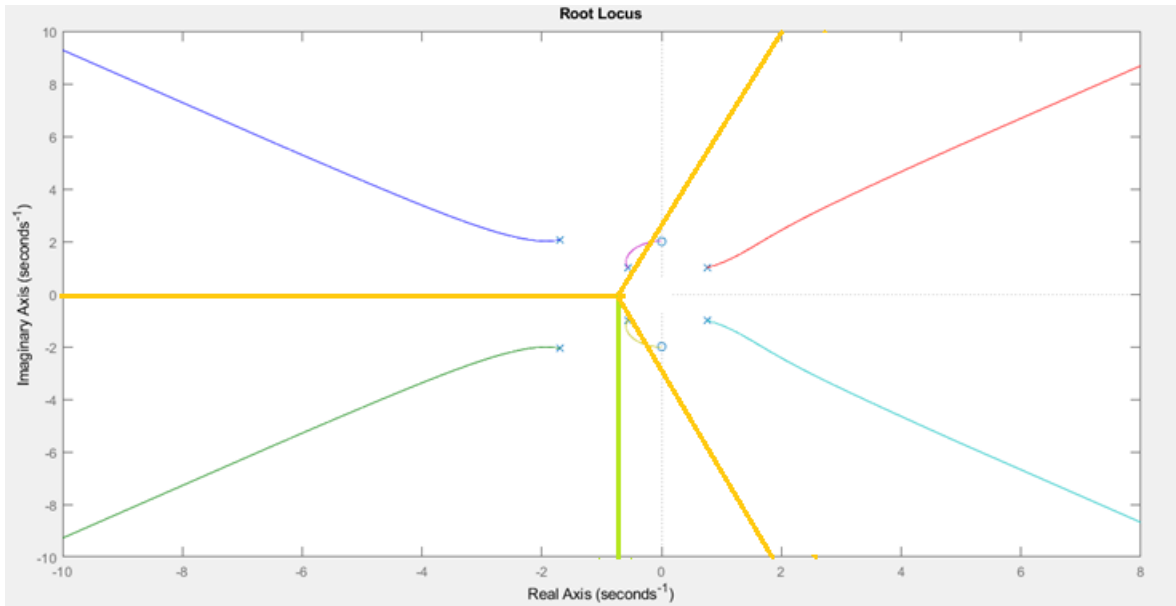
$$\gamma = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{zeros}}{(\#P - \#Z)} = \frac{-3 - 0}{6 - 2} = -0.75$$

$$\theta_1 = \frac{(2k + 1)180^\circ}{\#P - \#Z} = \frac{[(2 * 0) + 1]180^\circ}{3} = 60^\circ$$

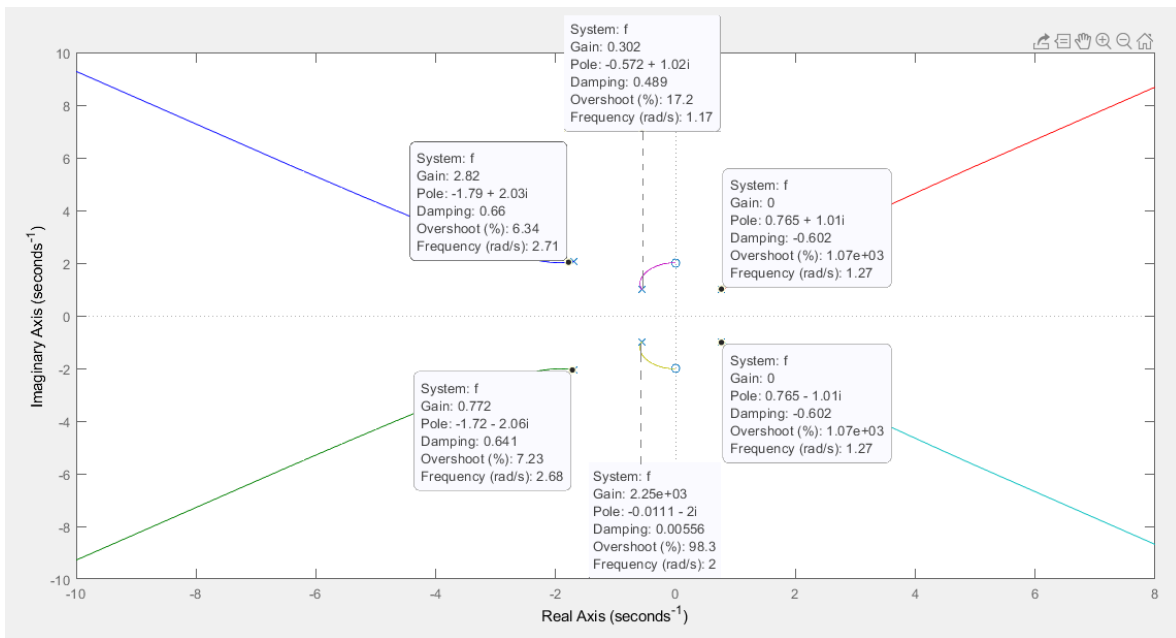
$$\theta_2 = \frac{[(2 * 1) + 1]180^\circ}{3} = 180^\circ$$

$$\theta_3 = \frac{[(2 * 2) + 1]180^\circ}{3} = 300^\circ$$

De acuerdo a los datos obtenidos, tenemos que:



Donde las líneas amarillas corresponden a los ángulos obtenidos y la línea verde, al origen de las asíntotas.



En las etiquetas anteriores tenemos los siguientes elementos:

*System: Es el nombre que le asignamos a nuestra función, en este caso “f”.

*Gain: Valor de la ganancia del controlador.

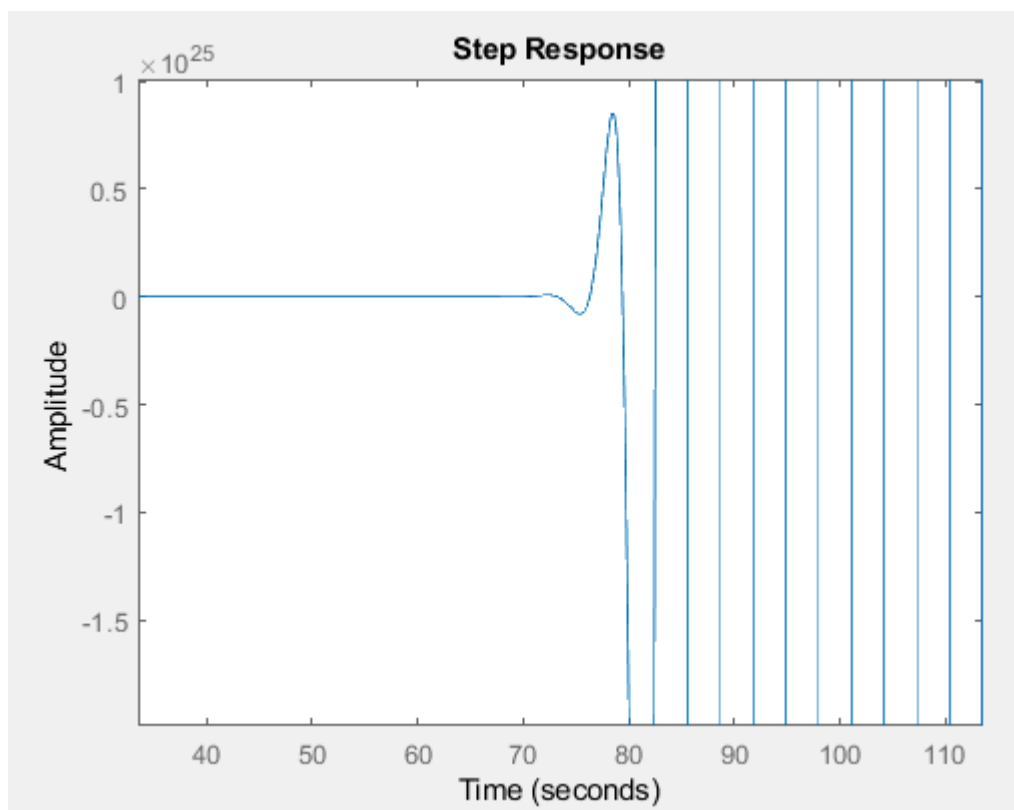
*Pole: Coordenadas del polo.

*Damping: Factor de amortiguamiento correspondiente al polo.

*Overshoot: Indica el valor de sobreoscilación que tiene el sistema.

*Frequency: Frecuencia natural correspondiente al polo.

En la gráfica siguiente, podemos observar el comportamiento del sistema es inestable:



Ejemplo 2

Partiremos de la siguiente función:

$$\frac{s^5 + s^2 + 16}{s^8 + 6s^5 + 12s^4 + s^3 + 20s^2 + 50}$$

Introduciremos la función a matlab usando los comandos vistos anteriormente:

```
>> num=[1 0 0 1 0 16]

num =

     1     0     0     1     0    16

>> den=[1 0 0 6 12 1 20 0 50]

den =

     1     0     0     6    12     1    20     0    50

>> f=tf(num,den)

f =

          s^5 + s^2 + 16
-----
s^8 + 6 s^5 + 12 s^4 + s^3 + 20 s^2 + 50

Continuous-time transfer function.

>> polos=roots(f.den{1})

polos =

    1.3424 + 1.5515i
    1.3424 - 1.5515i
   -1.7116 + 0.8491i
   -1.7116 - 0.8491i
    0.8697 + 1.0879i
    0.8697 - 1.0879i
   -0.5005 + 1.1945i
   -0.5005 - 1.1945i

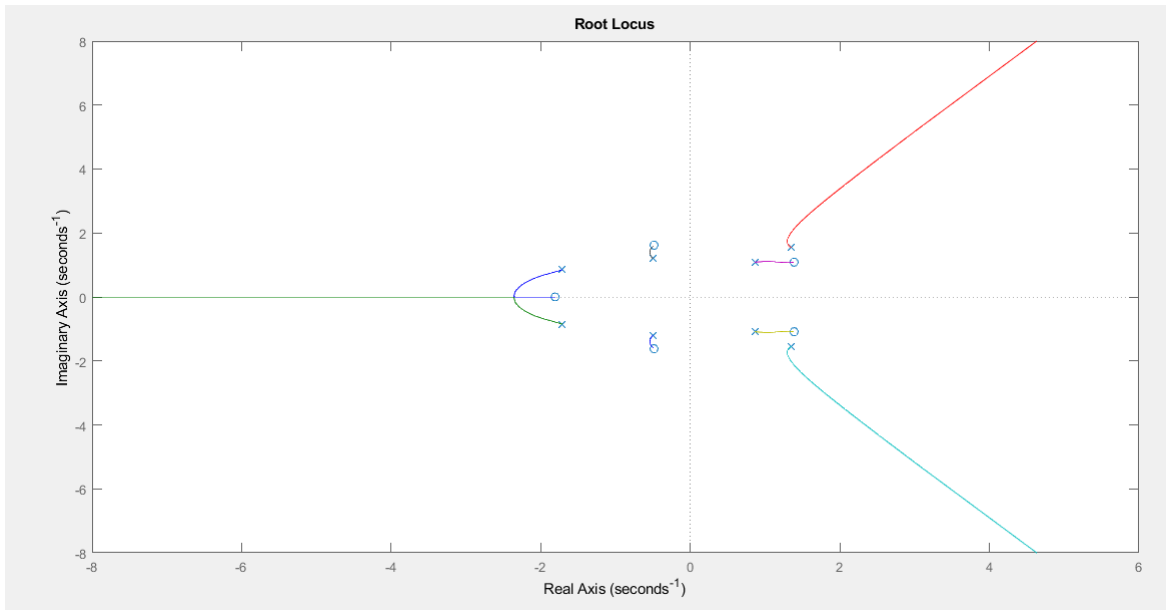
>> zeros=roots(f.num{1})

zeros =

    1.3882 + 1.0862i
    1.3882 - 1.0862i
   -1.8070 + 0.0000i
   -0.4847 + 1.6170i
   -0.4847 - 1.6170i

>> rlocus(f)
```

Obtenemos la siguiente gráfica:



Calculamos los ángulos:

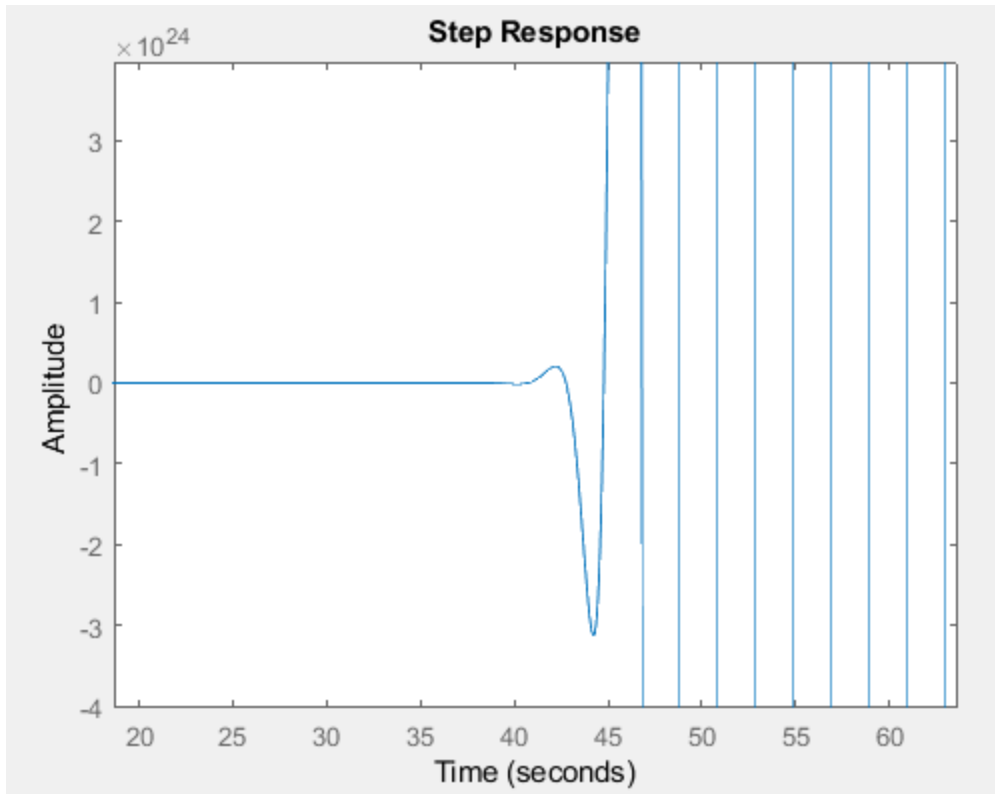
$$k = [(\#P - \#Z) - 1] = (8 - 5) - 1 = 2$$

$$\gamma = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{zeros}}{(\#P - \#Z)} = \frac{0 - 1.9388}{2} = -0.9694$$

$$\theta_1 = \frac{(2k + 1)180^\circ}{\#P - \#Z} = \frac{[(2 * 0) + 1]180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\theta_2 = \frac{[(2 * 1) + 1]180^\circ}{3} = 180^\circ$$

Por medio de la siguiente gráfica, sabemos que es un sistema inestable.



Ejemplo 3

Tenemos la siguiente función:

$$\frac{4s^3 + 8s + 35}{s^{12} + 15s^{10} + 3s^9 + 9s^6 + 20s^5 + s^4 + 9s^3 + s^2 + 50}$$

Obtenemos los datos por medio de Matlab:

```
>> f=tf(num,den)

f =

          4 s^3 + 8 s + 35
-----
s^12 + 15 s^10 + 3 s^9 + 9 s^6 + 20 s^5 + s^4 + 9 s^3 + s^2 + 50

Continuous-time transfer function.
```

```
>> polos=roots(f.den{1})
```

```
polos =

    0.1017 + 3.8823i
    0.1017 - 3.8823i
   -1.0794 + 0.2719i
   -1.0794 - 0.2719i
   -0.6995 + 0.9858i
   -0.6995 - 0.9858i
   -0.0661 + 1.0842i
   -0.0661 - 1.0842i
    1.0108 + 0.4729i
    1.0108 - 0.4729i
    0.7324 + 0.8426i
    0.7324 - 0.8426i
```

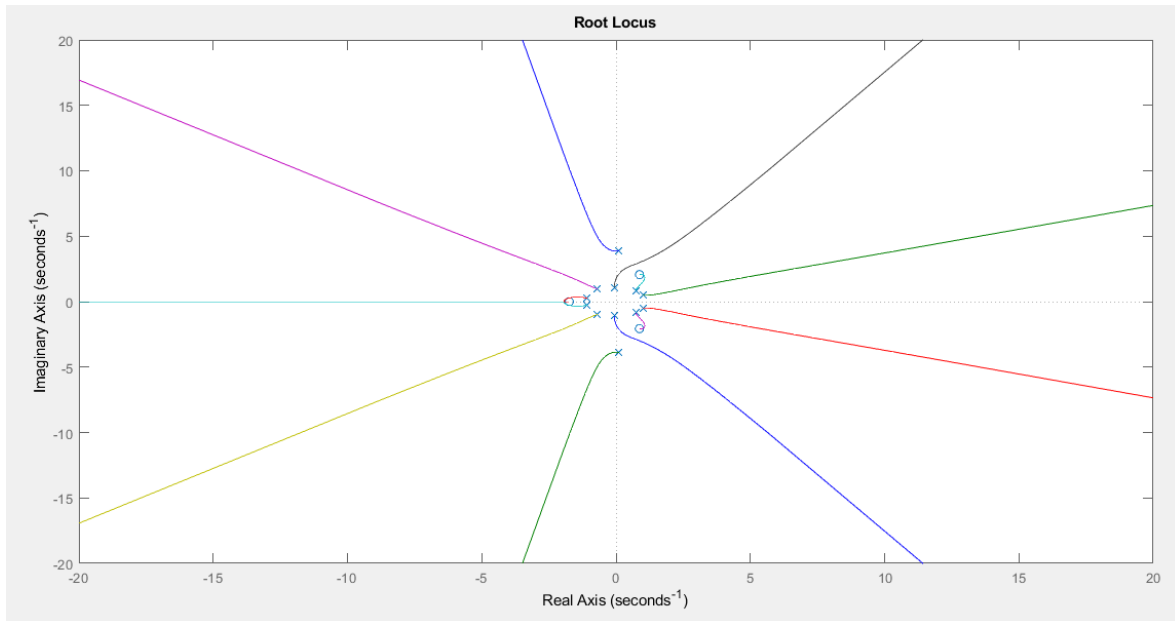
```
>> zeros=roots(f.num{1})
```

```
zeros =

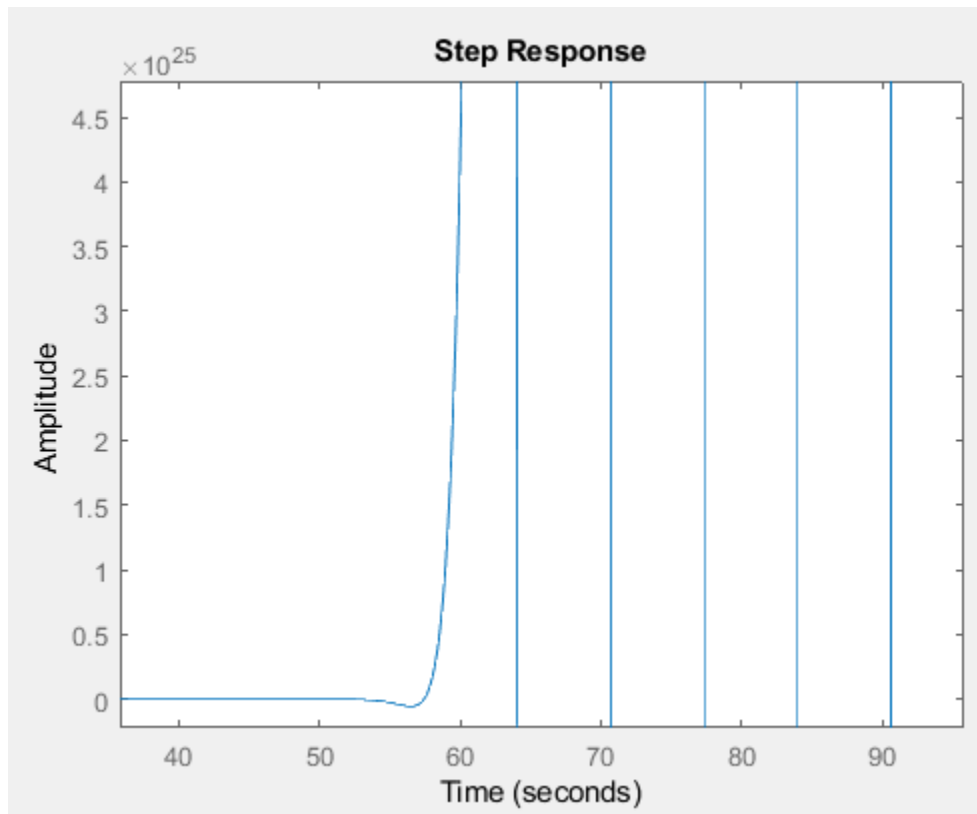
    0.8701 + 2.0667i
    0.8701 - 2.0667i
   -1.7402 + 0.0000i
```

```
>> rlocus(f)
.. |
```

Obtenemos la siguiente gráfica:



Por medio de la siguiente gráfica comprobamos que es inestable:



BIBLIOGRAFÍA

“Función de transferencia en matlab a partir de diagrama de bloques” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=gVZieicbqPk>

“Modelo circuito RLC en Simulink de Matlab 2012” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=MNMZBnTpmTI>

“Getting Started with Simulink, Part 1: How to Build and Simulate a Simple Simulink Model” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=iOmqqewj5XI>

“Transformada inversa de laplace con Matlab” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=r9QKoqMfcdw>

“Fracciones Parciales - Proyecto Final Matlab” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=zVSdeJ6g4XQ>

“Fracciones Parciales en Matlab” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=JwPcaZkVJNE>

“Función de transferencia de Primer Orden y Graficación en Matlab | Ingeniería de Control Clásico” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=IMEZ1Sw0cNA>

“Controladores tipo P, PI y PID” Disponible en:

<http://www.udb.edu.sv/udb/archivo/guia/electronica-ingenieria/sistemas-de-control-automatico/2013/i/guia-6.pdf>

“Tutorial Simulink 3. Comparación controladores P y PI” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=f0z4nuLRpQo>

“Guía práctica para construir un diagrama de Bode” Disponible en:

<http://panamahitek.com/guia-practica-para-construir-un-diagrama-de-bode/>

“Diagrama de Bode - Trazado Asintótico de una función de transferencia” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=R03tJqyKso4>

“Lugar de las raíces con MATLAB (rlocus)” Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=CdKE08LIK3o&fbclid=IwAR14tWv4mCiQfRa1rvtVB2YApez6byCXjR6ozVvwMXIaKht1qwk1sZMGYk>