



Producción del Bosón Z con correcciones de QCD

José Antonio Porras Melo, Ricardo Gaitán Lozano*, Marco Antonio Arroyo Ureña**

RESUMEN

En el desarrollo de la física de altas energías, los experimentos actuales estudian a las partículas más pesadas del modelo estándar (SM): quarks tipo bottom (b) y top (t), leptones tau (τ) y bosones débiles Z y W^\pm . En este trabajo, se presentan los resultados del cálculo de la sección eficaz a Leading order (LO) para el proceso de colisión entre dos protones con energía en centro de masas 13 TeV, con producción de un bosón Z y dos jets tipo b ($pp \rightarrow Zb\bar{b}$); se calculó también la sección eficaz en el software Madgraph5_aMC@NLO; y se discuten los resultados con los obtenidos en el software CalcHEP y en el experimento CMS, en LHC.

ABSTRACT

Within high-energy physics, current experiments study the heaviest particles from Standard model (SM); quarks bottom (b) and top (t), tau leptons (τ) and weak bosons Z, W^\pm . We have calculated the production cross-section of a proton-proton collision into a Z gauge boson plus two b-jets at a center-of-mass-energy 13 TeVs at Leading Order (LO) ($pp \rightarrow Zb\bar{b}$); we've also computed the cross-section using Madgraph5_aMC@NLO; the results have been discussed with thus obtained in CalcHEP and in the CMS experiment, at LHC.

Palabras claves: Z boson, Cross-section, leading order, Madgraph.

INTRODUCCIÓN

El SM es, a la fecha, la teoría más acertada en el estudio de las interacciones cuánticas (Cordero, 2007), a escalas subatómicas existen tres interacciones fundamentales, cada una asociada a un grupo de norma, que se relacionan entre sí por el producto directo.

$$G_{SM} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

Cuando el grupo de la interacción electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ rompe su simetría de fase $U(1)_Y$ de forma espontánea, da lugar al grupo de la interacción electromagnética $U(1)_{EM}$ y el bosón de Higgs otorga masa a los fermiones. Todos los fermiones experimentan esta interacción, pero solo los dobletes de isospín izquierdo experimentan la interacción débil $SU(2)_L$, así como solo los tripletes de color experimentan la interacción fuerte $SU(3)_C$. Un fermión es una partícula de espín 1/2; en el SM los fermiones son los constituyentes discretos de la materia y existen en 3 familias,

cada familia consiste de un par de leptones y un par de quarks. Se clasifican como Leptones aquellos fermiones de carga entera que experimentan la interacción electrodébil; los leptones cargados (con magnitud de carga -1) son el electrón, el muon y el tau, y a cada uno le corresponde un leptón neutro (con carga 0), conocido como neutrino. En el SM los neutrinos son no masivos.

Por otro lado, se clasifican como Quarks, los fermiones con magnitud de carga fraccionaria que experimentan tanto la interacción electrodébil como la fuerte; los sabores de quarks son down, strange, bottom (con magnitud de carga $-1/3$, respecto de la carga del electrón) y up, charm, top (con magnitud de carga $+2/3$, respecto de la carga del electrón). A diferencia de los leptones, los quarks son tripletes de color, por esta razón, solo se les encuentra confinados en Hadrones.

$$\begin{array}{ccc} I & II & III \\ \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \end{array}$$

Fig. 1- Fermiones del Modelo estándar

Los bosones permiten la interacción entre los fermiones, si la interacción es de tipo EM, el bosón es un fotón γ , si es débil, el triplete de bosones Z y W^\pm y si es fuerte, un octeto de gluones g (Quigg, 2023).

La dinámica de las partículas se reduce al cálculo del ancho de desintegración Λ y a la sección eficaz de dispersión σ . Independientemente de si calculamos a Λ o σ necesitaremos evaluar los diagramas de Feynman relevantes para cada proceso y efectuar el producto entre la amplitud y el factor diferencial del espacio de fases (Griffiths, 2008).

Aquí, estudiamos el proceso de producción del boson Z con 2 jets de quarks pesados tipo b en una colisión de protones $pp \rightarrow Zb\bar{b}$ con energía en centro de masas 13 TeVs. El proceso ha sido ampliamente estudiado por experimentos como ATLAS (2022) y CMS (2022), en búsqueda de física BSM y como background de procesos importantes en el marco del SM. Hemos desarrollado el cálculo de σ para uno de los varios diagramas de quarks que contribuyen a la sección eficaz total. El diagrama es $u\bar{u} \rightarrow Zb\bar{b}$, como se muestra en la figura 2.

*CIT, FES Cuautitlán, UNAM. jp.porras08.ap@gmail.com
regaitan@gmail.com

**CIIEC & FCFM-BUAP. marcofis@yahoo.com.mx

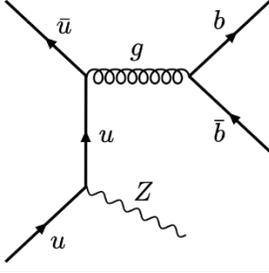


Figura 2.- Diagrama del proceso

SECCIÓN EFICAZ

Para obtener a σ , calculamos la relación cinemática de los cuadrimomentos p_i , la amplitud $|A|^2$ y la integral en el espacio de fases Φ_n (PDG, 2022).

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 |A|^2}{4\sqrt{(q_1 \cdot q_2)^2 - m_{q_1}^2 m_{q_2}^2}} \times d\Phi_n(p_1 + p_2; p_3, \dots, p_n + 2) \quad (1)$$

Comenzamos con el análisis cinemático para obtener la relación de los cuadrimomentos, partiendo de la siguiente expresión

$$q(q_1)\bar{q}(q_2) \rightarrow b(p_1)\bar{b}(p_2)Z(k) \quad (2)$$

donde las etiquetas entre paréntesis corresponden a los cuadrimomentos de cada partícula. Si, además, sabemos que

$$q_1 + q_2 = CM(E_{CM}, \vec{0}) \quad (3)$$

donde E_{CM} es el valor de la energía en el centro de masas. Siguiendo las operaciones adecuadas, la relación de los cuadrimomentos queda como

$$\begin{aligned} (q_1 \cdot q_2) &= \frac{1}{4}E_{CM}^2 \\ (q_1 \cdot p_1) &= (q_2 \cdot p_1) = \frac{1}{2}E_{CM}E_1 \\ (q_1 \cdot p_2) &= (q_2 \cdot p_2) = \frac{1}{2}E_{CM}\left(\frac{1}{2}E_{CM} - E_k - E_1\right) \\ (q_1 \cdot k) &= (q_2 \cdot k) = \frac{1}{2}E_{CM}E_k \\ (p_1 \cdot p_2) &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}E_{CM}^2 + M^2 - 2m^2 - 2E_{CM}E_k\right) \\ (p_1 \cdot k) &= \frac{1}{2}\left(2E_{CM}E_k + 2E_{CM}E_1 - \frac{1}{2}E_{CM}^2 - M^2\right) \\ (p_2 \cdot k) &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}E_{CM}^2 - M^2 - 2E_{CM}E_1\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Estas relaciones las sustituiremos más adelante en la amplitud, pero antes, tomemos la amplitud A

$$A = ig_s^2 \frac{g_w}{\cos\theta_w} \epsilon_{\mu\nu}^*(k) \frac{g_{\nu\rho}}{(p_1 + p_2)^2} \bar{u}_\rho \gamma^\rho v_\mu T_{ij}^a T_{kl}^a \left[\bar{v}_q \gamma^\nu \frac{\not{q}_1 - \not{k}}{(q_1 - k)^2} \gamma^\mu (g_V^q + g_A^q \gamma_5) u_q \right] \quad (5)$$

de la literatura (Cordero, 2007), y calculemos, apoyándonos del software FeynCalc, Mathematica, a $|A|^2$

$$\begin{aligned} \Sigma|A|^2 &= \frac{4\sqrt{2}G_F g_s^4}{9(p_1 + p_2)^4 (q_1 - k)^4} (g_V^q + g_A^q) \\ &\quad \left\{ [-4(k \cdot q_1)^2 + k^4 + 4k^2(k \cdot q_1)] \right. \\ &\quad [m^2(q_1 \cdot q_2) + (p_1 \cdot q_2)(p_2 \cdot q_1) + (p_1 \cdot q_1)(p_2 \cdot q_2) \\ &\quad \left. - 4k^2(k \cdot q_1) \right. \\ &\quad \left. [(k \cdot p_2)(p_1 \cdot q_2) + (k \cdot p_1)(p_2 \cdot q_2) + m^2(k \cdot q_2)] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

Aquí sustituimos a las relaciones en (4) y la amplitud es entonces

$$\begin{aligned} \Sigma|A|^2 &= \frac{8\sqrt{2}g_s^4 G_F E_{CM}^2}{9(E_{CM}^2 - 4E_{CM}E_k + 2M^2)^2 (M^2 - E_{CM}E_k)^2} (g_V^q + g_A^q) \\ &\quad \left\{ 2E_1[2E_1 - (E_{CM} - 2E_k)][E_{CM}E_k^2 + 2M^2E_{CM}E_k - M^4] \right. \\ &\quad + M^2E_{CM}E_k - 2E_{CM}E_k^2(m^2 + 3M^2) - 4M^4E_k^2 + 2m^2M^4 \\ &\quad \left. + 2M^2E_{CM}E_k(4E_k^2 + 2m^2 + M^2) - 8E_k^2M^2m^2 \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Para calcular a $d\sigma$, siguiendo la ec. (1), falta solo efectuar la integral en el espacio de fases, inicialmente, esta integral dependerá de E_1, E_2, E_k

$$\Phi_n = \frac{1}{8(2\pi)^9} \int \frac{d^3p_1}{E_1} \frac{d^3p_2}{E_2} \frac{d^3k}{E_k} \delta^0(E_{CM} - E_1 - E_2 - E_k) \delta^3(p_1 - p_2 - p_k) \quad (8)$$

pero podemos ponerla solo en términos de E_1, E_k

$$\Phi_n = \frac{dE_k}{4(2\pi)^7} \int_{p_-}^{p_+} d|p_1| \quad (9)$$

siguiendo la metodología de Griffiths (2008).

Si sustituimos los resultados anteriores en la integral diferencial de la sección eficaz

$$\frac{d\sigma}{dE_k} = \frac{1}{4E_{CM}^2(2\pi)^3} \int_{p_-}^{p_+} |A|^2 d|p_1| \quad (10)$$

donde, para $q = u$, los valores de los parámetros experimentales son

$$\begin{aligned} m &= 4,18 \text{ GeV} & M &= 91,18 \text{ GeV} \\ g_s &= 0,1184 & G_F &= 4537,21 \text{ pb} \\ g_V &= \frac{1}{2} & g_A &= \frac{1}{2} - \frac{4}{3}(0,23) \end{aligned}$$

tal que el resultado de integrar en Mathematica a $d\sigma$ respecto de E_1 , con E_k fija, es

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{dE_k} &= \frac{8,00413 \times 10^{-14} \sqrt{E_k^2 - 8313,79}}{(E_k - 6500,32)^2 (E_k - 3250,32)^2 (E_k - 0,639522)^2} \\ &\quad \left\{ E_k^6 - 32507E_k^5 + 2,959 \times 10^8 E_k^4 - 8,251 \times 10^{11} E_k^3 \right. \\ &\quad \left. + 4,396 \times 10^{12} E_k^2 - 6,85 \times 10^{15} E_k - 7,365 \times 10^{10} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

que corresponde al gráfico de la figura 2.

Observe que tendremos 3 valores de E_k para los que nuestra función en (11) diverge: 0.64 GeVs, $\frac{1}{4}E_{CM} \approx 3250$ GeVs, $\frac{1}{2}E_{CM} \approx 3250$ GeVs.

De aquí tomamos los límites de integración para la integral respecto de E_k , y el valor analítico de la sección eficaz, con energía del bosón Z entre 100 GeVs y hasta 3250.319 GeVs, corresponde a

$$\sigma = 18.0559 \text{ pb} \quad (12)$$

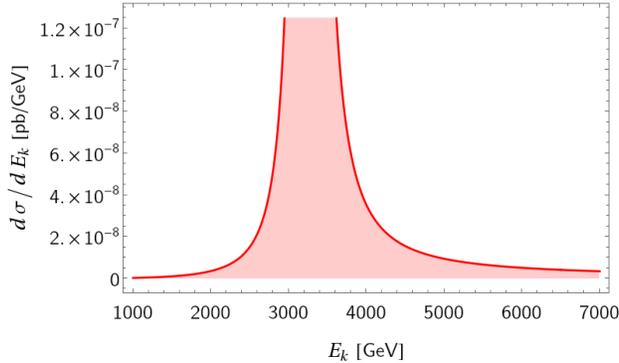


Figura 2.- $d\sigma/dE_k$

Análogamente, calculamos a σ en Madgraph5_aMC@NLO

$$\sigma = 13.51 \pm 0.043 \text{ pb} \quad (13)$$

y en CalcHEP

$$\sigma = 7.784 \pm 1.22 \text{ pb} \quad (14)$$

donde pedimos explícitamente que el valor de la energía inicial de cada quark sea 6,500 GeVs.

RESULTADOS Y ANALISIS

Retomando los resultados anteriores, la sección eficaz calculada con apoyo de FeynCalc, en Mathematica, es $\sigma=18.056 \text{ pb}$, ligeramente mayor al valor obtenido en Madgraph de $\sigma=13.51\pm 0.043 \text{ pb}$. Es el valor de CalcHEP el que más se aleja. La tabla 1 muestra la desviación estándar entre los resultados de cada programa.

Tabla 1.- Resultados

Comparando	Desviación estándar
FeynCalc - Madgraph	3.2 σ
Madgraph - CalcHEP	4.1 σ
FeynCalc - CalcHEP	7.3 σ

La diferencia que presenta σ en cada software, se debe a los límites sobre los que se integra la función y al método que se usa para normalizar a la divergencia. En nuestro caso, conforme nos alejamos de 3,250.32 en el límite superior de la integral, nuestro resultado disminuye y se asemeja más al resultado en Madgraph.

En adición, presentamos los resultados experimentales obtenidos por la colaboración CMS (2022).

Tabla 2.- Resultados CMS

Canal $q\bar{q} \rightarrow Zb\bar{b}$	Medición (σ)	Madgraph (σ)
ee	0.66	0.62
$\mu\mu$	0.65	0.64
$\tau\tau$	0.65	0.63

resultados que hemos reproducido con éxito en Madgraph, haciendo uso de los cortes cinemáticos reportados en la misma literatura. Es importante remarcar que, la sección eficaz aquí calculada es solo de uno de los varios diagramas que contribuyen a todo el proceso.

CONCLUSIÓN

Hemos calculado de forma analítica la sección eficaz del diagrama $u\bar{u} \rightarrow Zb\bar{b}$, con una desviación de 3.71 σ respecto al resultado de Madgraph. El valor es de $\sigma = 18.0559 \text{ pb}$ y varía respecto de los límites de integración y las divergencias iniciales del proceso.

Un cálculo robusto de la sección eficaz total debería incluir a todos los diagramas que contribuyen a $pp \rightarrow Zb\bar{b}$, tanto de quarks como de gluones, además, es necesario aplicar cortes cinemáticos adecuados y evaluar el proceso a órdenes superiores (NNLO), con la finalidad de reproducir los resultados experimentales (Cordero, 2007). Gracias a los avances de la tecnología, los simuladores Monte Carlo (MC), como Madgraph y CalcHEP, permiten optimizar el tiempo de cómputo en el cálculo de la dinámica del SM y predecir nuevos procesos BSM.

REFERENCIAS

- [1] Armen Tumasyan et al. Measurement of the production cross section for Z+b jets in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$. Phys. Rev. D, 105(9):092014, 2022. doi: 10.1103/PhysRevD.105.092014.
- [2] ATLAS Collaboration. Measurement of cross-sections for production of a Z boson in association with a flavor-inclusive or doubly b-tagged large-radius jet in proton-proton collisions at $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$ with the ATLAS experiment. 4 2022.
- [3] Chris Quigg. Gauge theories of strong, weak, and electromagnetic interactions. CRC Press, Londres, Inglaterra, 2023.
- [4] David J Griffiths. Introduction to elementary particles. John Wiley and Sons (WIE), Brisbane, QLD, Australia, 1 edition, 2008.
- [5] Fernando Febres Cordero. Next-to-Leading-Order Corrections to Weak Boson Production with a Massive Quark Jet Pair at Hadron Colliders. Other thesis, The Florida state university, 2007.
- [6] Georges Aad et al. Measurement of the cross-section for b-jets produced in association with a Z boson at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector. Phys. Lett. B, 706:295–313, 2012. doi: 10.1016/j.physletb.2011.11.059.
- [7] R. L. Workman and Others. Review of Particle Physics. PTEP, 2022:083C01, 2022. doi: 10.1093/ptep/ptac097.

INFORMACIÓN ACADÉMICA

José Antonio Porras Melo: Licenciado en tecnología egresado de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM.

Dr. Ricardo Gaitán Lozano: Licenciado en Matemáticas y Física egresado de la Universidad del Tolima en Colombia. Magister en Física de la Universidad de Antioquia en Colombia. Doctor en Ciencias (Física) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav) en México. Profesor titular “C” tiempo completo *definitivo*, FES Cuautitlán, UNAM.



Dr. Marco Antonio Arroyo Ureña: Doctor en Física, egresado de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Profesor-Investigador en el Centro Interdisciplinario de Investigación y Enseñanza de la ciencia (CIEC-BUAP). Investigador Nacional Nivel I.