



Modelación de una montaña rusa con funciones polinomiales haciendo uso de software libre

Valeria Salud Herrera, Carlos Oropeza Legorreta, José Juan Contreras Espinosa*

RESUMEN

Las montañas rusas consideradas como uno de los inventos más importantes en la industria del entretenimiento y símbolo de los parques de diversiones datan del siglo dieciocho y han continuado evolucionando e incluyendo nuevas tecnologías y funciones matemáticas. El objetivo del proyecto es mostrar las propiedades de las funciones polinomiales y su aplicación en la construcción de las montañas rusas haciendo uso del software libre GeoGebra. Se ha reconocido que los estudiantes no vinculan la teoría con la práctica, se pierden fácilmente porque parece que están frente a un tema muy abstracto y se sugiere buscar otras maneras de que el estudiante aprenda ya que dicha temática juega un rol determinante en el desarrollo de diversas áreas de aplicación. Actualmente, se ha observado que un número considerable de estudiantes desarrollan algunas habilidades relacionadas con el uso de la tecnología. En el reporte se proporcionan algunas de las exploraciones que hemos realizado con diferentes grupos de estudiantes de ingeniería y se comentan varias de las regularidades observadas.

ABSTRACT

Considered one of the most important inventions in the entertainment industry and a symbol of amusement parks, roller coasters date back to the eighteenth century and have continued to evolve and include new technology and mathematical functions. The objective of our project is to facilitate the learning of polynomial functions, and their application in the construction of roller coasters using the software GeoGebra. It has been recognized that students do not link theory with practice, they get easily lost because it seems that they are dealing with a very abstract subject, and it is suggested to look for other ways for the student to learn since said subject plays a determining role in the development of various fields of application. Currently, it has been observed that a considerable number of students develop some skills related to the use of technology. The report provides some evidence obtained from the research we have carried out with different groups of undergraduate students, and we comment on the observed regularities.

Palabras claves: Modelación, funciones polinomiales, software libre.

INTRODUCCIÓN

Las TIC son ahora una innovación educativa que permite a los profesores y estudiantes realizar cambios decisivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El uso de las TIC en la docencia sirve como canal de comunicación e intercambio de conocimientos y experiencias entre docentes y alumnos. Todo lo anterior ha llevado al desarrollo de nuevas formas de enseñar y evaluar unidades, la educación está cambiando y los docentes ya no son gestores del conocimiento sino instructores que permiten que los alumnos dirijan su aprendizaje. En este sentido, el alumno es el líder de la clase y debe trabajar de forma independiente con sus compañeros. La preocupación de los autores de esta propuesta y que converge en este escrito, toma lugar al coincidir que es imperante poner atención y mejorar el método de enseñanza tradicional que venimos desarrollando en nuestras aulas y, sobre todo, que habremos de promover una empatía hacia las dificultades que enfrentan nuestros estudiantes al resolver actividades, problemas, ejercicios relacionados con las matemáticas.

Una segunda preocupación, ha sido darnos cuenta que los libros de apoyo a los que recurrimos para utilizar en nuestras clases, no necesariamente se construyen pensando en promover un aprendizaje transversal o global como lo señalan Reyzábal y Sanz (1995). Nuestra propuesta pretende apoyarse de la transversalidad entendida como lo refiere Monclus y Saban (1999) quienes le dan sentido con dos posibilidades: la primera, relacionada con el cruce de todas las disciplinas y la segunda vista como elemento vertebral del aprendizaje que une diferentes áreas enhebrando contenidos curriculares. En ese sentido, los polinomios se utilizan para describir curvas de distintos tipos, en el diseño de montañas rusas se utilizan para describir y aproximar curvas complejas en sus paseos y modelar la trayectoria de dichas atracciones.

ANTECEDENTES

En la actualidad la industria de la animación ha diversificado las maneras de realizar un producto, ya sean las técnicas, metodologías utilizadas, tendencias de moda, entre otras. Una actividad complementaria que nace al interior de la asignatura de álgebra lineal, tiene que ver con el desarrollo de un proyecto de aplicación, el cual dio lugar al diseño y modelado de una montaña rusa tomando como fundamento teórico las funciones polinomiales donde además de evidenciar la utilización de los conocimientos aprendidos en la asignatura se hace uso de la parte dinámica con los deslizadores del software libre GeoGebra.

Por otra parte, Hitt (2003) afirma que el desarrollo de la tecnología y la capacidad de graficación de las computadoras y calculadoras

* UNAM, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Departamento de Matemáticas, valeria.salud@gmail.com, coropeza96@hotmail.com, jjuancon@unam.mx. Estudiante, Profesor y Profesor.



impulsó el estudio del rol que juegan las diferentes representaciones de un concepto matemático en su construcción. Además, reconoce que las distintas representaciones de un concepto matemático sólo definen una parte del mismo, por lo tanto, el tratamiento de las diferentes representaciones del concepto es lo que permitirá su construcción. Es decir, las tareas de análisis y conversión entre representaciones y la manipulación coherente de ellas pueden permitir una sólida construcción del concepto en cuestión. En ejemplo que se reporta, se realiza un estudio de sobre el dominio y rango de la función, un análisis de la trayectoria aproximada del carrito, intervalos característicos del estudio, trayectoria del ave que acompaña el movimiento, uso de software libre, entre otros.

DESARROLLO DEL TEMA

Una función polinómica es una función cuya expresión algebraica es un polinomio, es decir, una función polinómica está definida por la suma o resta de un número finito de términos de diferente grado.

Por lo tanto, una función polinómica se describe matemáticamente con la siguiente expresión (1):

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

Las funciones polinómicas tienen las siguientes características:

- El dominio de cualquier función polinómica es el conjunto de los números reales.

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

- Todas las funciones polinómicas son continuas.
- Las funciones polinómicas de grado mayor que 1 no tienen asíntotas.
- Independientemente del tipo de función polinómica que sea, el único punto de corte con el eje de las ordenadas (eje Y) está a la altura de su término independiente, es decir, en el siguiente punto: $(0, a_0)$
- En cambio, una función polinómica interseca el eje de las abscisas (eje X), tantas veces como el grado de la función.
- Si una función polinómica solo tiene términos de grado par, implica que es simétrica respecto al eje OY. Por otro lado, si una función polinómica solo tiene términos de grado impar, significa que la función es simétrica respecto al origen de coordenadas.
- El número de extremos relativos (máximos o mínimos) de una función polinómica es, como mucho, el grado del polinomio de la función menos 1.
- El número de puntos de inflexión de una función polinómica es, como máximo, igual al grado del polinomio de la función menos 2. (funciones,xyz, 2021)

La trayectoria de una montaña rusa se puede representar mediante una función polinomial. Estas funciones están presentes cuando la montaña rusa tiene cambios en la subida y bajada, cuando subimos hasta un punto determinado y comenzamos a bajar, decimos en matemáticas que estamos en un máximo, que puede ser relativo, si durante el trayecto nos encontramos otros puntos máximos mayores, o absoluto si es el mayor de todos. Lo mismo ocurre

cuando bajamos y comenzamos a subir, entonces hablamos de mínimos relativos y mínimos absolutos. De esta forma las funciones polinomiales describen los distintos tipos de curvas presentes en las atracciones mecánicas (cienciasfera.com, s.f)

CONSTRUCCIÓN DE UNA MONTAÑA RUSA MEDIANTE FUNCIONES POLINOMIALES

Las montañas rusas han sido durante mucho tiempo una atracción emocionante y popular en los parques temáticos de todo el mundo. Estas estructuras mecánicas ingeniosamente diseñadas ofrecen a los visitantes una experiencia llena de adrenalina y diversión. Detrás de la construcción de una montaña rusa hay un complejo proceso de diseño e ingeniería, y una de las técnicas utilizadas para crear emocionantes recorridos es mediante el uso de funciones polinomiales. En este trabajo se propone explorar cómo las funciones polinomiales se aplican en la construcción de montañas rusas, su importancia en el diseño de los recorridos y las ventajas que ofrecen para lograr atracciones seguras y emocionantes.

A continuación, se detallan los pasos realizados para ejecutar la propuesta mediante el software libre GeoGebra.

- Introducir la función polinomial $f(x)$ que indica la trayectoria de la montaña rusa (ecuación 2).
- Ajustar la función en los intervalos característicos donde se realiza el estudio (de -2.2 a 1.89). Ingresar la Función con el siguiente formato: (función, extremo inferior, extremo superior)
- Crear un deslizador con un intervalo de -2.2 a 1.89, incremento de 1, velocidad 1 y repetición creciente.
- Crear un punto 'A' con coordenadas $(a, f(a))$
- Generar una circunferencia con centro en el punto 'A' y radio 0.2 que se aproxima a la trayectoria descrita por el polinomio.
- Hallar los puntos de Intersección entre la circunferencia y la función $f(x)$
- Generar la integral de la función $f(x)$ de -2.2 a 1.89 y darle el estilo deseado en la configuración
- Colocar una imagen de un paisaje y ajustarla como imagen de fondo
- Colocar otra imagen de un carrito de montaña rusa y ajustar su posición en la configuración.

En la Figura 1, se puede observar a detalle el resultado de esta primera etapa de elaboración. Al diseñar una montaña rusa, cada segmento del recorrido puede representarse mediante una función polinomial que describe cómo la altura o la posición del carro varía en función de la distancia recorrida. El grado del polinomio determina la complejidad de la curva y, por tanto, la emoción del paseo.

$$f(x) = -0.01x^9 - 0.03x^8 + 0.12x^7 + 0.17x^6 - 0.67x^5 - 0.42x^4 + 1.4x^3 + 0.66x^2 - 0.61x + 0.47$$

(2)

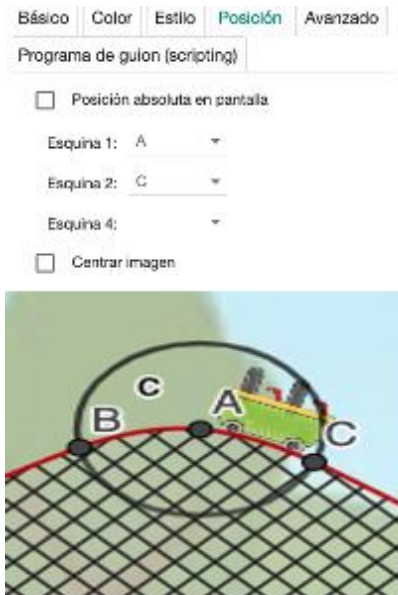


Figura 1. Posición. Fuente: Elaboración propia.

- Dejar como objetos no visibles a los puntos y a la circunferencia.
- Crear dos botones de play y pausa. Configurar su guión y estilo añadiendo las imágenes deseadas como se muestra en la Figura 2.

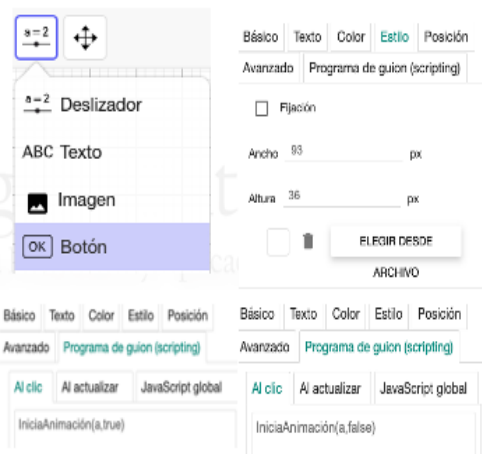


Figura 2. Configuración de Botones. Fuente: Elaboración propia.

- Obtenemos el resultado final como se muestra en la Figura 3.

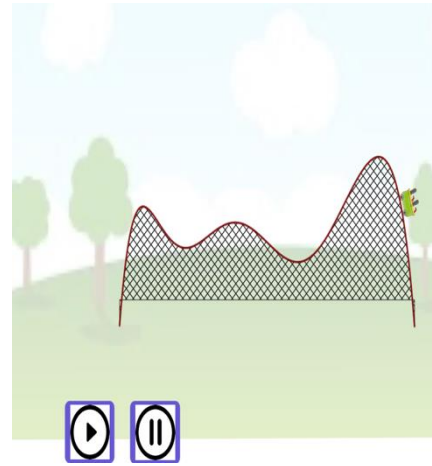


Figura 3. Resultado. Fuente: Elaboración propia.

Al darle play, se genera la trayectoria de la montaña rusa, obteniendo como resultado una animación, como se muestra en el siguiente link:

<https://www.geogebra.org/classic/tjmu8rn>

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Se creó un escenario interactivo para los estudiantes permitiendo visualizar las funciones polinomiales que describe la trayectoria de una montaña rusa. Lo anterior, garantiza el aprendizaje del tema de una forma interactiva y creativa. Es importante resaltar que la propuesta sistemáticamente está abierta a posibles modificaciones que contribuyan a mejorarla. Lo que abre la posibilidad de agregar el estudio de conceptos como máximos y mínimos, asíntotas, cálculo de primera y segunda derivada, etc.

CONCLUSIONES

La realización del trabajo fue satisfactoria y bien implementada. Cabe señalar que es un proyecto viable que contrasta la parte analítica y conceptual de las matemáticas que intervienen; sin embargo, los conceptos subyacentes pueden representar un reto en el aprendizaje de los estudiantes. La propuesta resulta una forma interesante y didáctica de comprender el tópico de funciones polinomiales, así como reconocer la importancia y aplicación de este tema en la construcción de montañas rusas. Sin embargo, no se puede dejar de lado la elaboración de otros estudios no menos importantes por realizar como por ejemplo: elementos estructurales de estática, resistencia de materiales, costos, impacto en la naturaleza y en general en la sociedad.

Con respecto a la implementación del software GeoGebra en la enseñanza del tema, se logra que el estudiante pueda comprobar



los cálculos matemáticos que realiza y pueda desarrollar ciertas habilidades tecnológicas, lo que permite detectar ciertos patrones, hacer suposiciones, establecer definiciones deductivas e incluso realizar algunas conjeturas. Cabe destacar que el software permite implementar una parte dinámica a la propuesta que resulta atractiva y a la vez enriquecedora en la comprensión de ciertos tópicos en general y en particular el estudio de funciones polinomiales que se ha desarrollado en el presente trabajo.

REFERENCIAS

- Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. En A. Arratia (Ed.), *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana X* (2), 213 – 223.
- Monclus, A. y Saban, C. (1999). Educación para la paz. Madrid: Síntesis.
- Reyzábal, M. y Sanz, A. (1995). La transversalidad y la educación integral. Los ejes transversales, aprendizaje para la vida. Madrid: Escuela Española.

CIBERGRAFÍA

- Cienciasfera.com (s.f.). *La Montaña rusa*. Revisado el 21 de Julio de 2023, de https://www.cienciasfera.com/materiales/matematicas/matematicas02cs/tema05/41_la_montaa_rusa.html
- Funciones.xyz (s.f) *¿Qué es una Función Polinómica? (ejemplos, tipos, gráfica, propiedades,...)*. Revisado el 21 de Julio de 2023, de <https://www.funciones.xyz/funcion-polinomica/>

INFORMACIÓN ACADÉMICA

Valeria Salud Herrera: Estudiante de Ingeniería Industrial de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM.

Carlos Oropeza Legorreta: Ingeniero Eléctrico de la Universidad Autónoma Metropolitana, Maestro en Educación Matemática de la Escuela Normal Superior del Estado de México, Doctor en Educación de la Universidad de Cuautitlán Izcalli.

José Juan Contreras Espinosa: Ingeniero Mecánico Electricista de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, Maestro en Ingeniería orientación Metal Mecánica de la UNAM y Doctor en Educación de la Universidad de Cuautitlán Izcalli.

