Memorias del Congreso Científico Tecnológico de las carreras de
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Industrial y Telecomunicaciones, sistemas y electrónica

AÑO 8. No. 8. ISSN-2448-7236. SEPTIEMBRE 2023 – AGOSTO 2024. EM-08, pág.: 1 a la 4.

EM-08

Contaminación de agua como un problema de aplicación física de la derivada

***José Juan Conteras Espinosa**, José Luz Hernández Castillo, Iván Noé Mata Vargas**

RESUMEN

En la enseñanza del cálculo diferencial e integral para las carreras de Ingeniería Mecánica Eléctrica, Ingeniería Agrícola, Ingeniería en Alimentos, Ingeniería Química, Químico Farmacéutico Biólogo, Licenciado en Farmacia Hospitalaria, Licenciado en Bioquímica Analítica, Química, Química Industrial y Licenciado en Tecnología se busca que el alumno comprenda los conceptos de la asignatura a través del desarrollo analítico de algunas fórmulas y posteriormente se usan como una herramienta para la solución de problemas de las matemáticas o de las áreas de conocimiento así como de las áreas de preespecialización de las carreras aludidas. En las carreras del área de ingeniería en las que el alumno puede tener un mayor conocimiento de antecedentes de matemáticas tales como: álgebra, geometría analítica y trigonometría y que a la vez cuenta con una mayor predisposición para el estudio de estas, el alumno asimila fácilmente los conceptos vertidos.

Como una parte complementaria al curso, se usa software de matemáticas como una alternativa que facilite al alumno el aprendizaje de los temas de la asignatura referida haciendo principalmente uso del software Maple que es versátil y capaz de resolver un problema matemático general o de aplicación de varias formas.

ABSTRACT

In the teaching of differential and integral calculus for the careers of Electrical Mechanical Engineering, Agricultural Engineering, Food Engineering, Chemical Engineering, Chemical Engineering, Pharmaceutical Chemist Biologist, Bachelor in Hospital Pharmacy, Bachelor in Analytical Biochemistry, Chemistry, Industrial Chemistry and Bachelor in Technology, it is sought that the student understands the concepts of the subject through the analytical development of some formulas and subsequently used as a tool for the solution of problems of mathematics or areas of knowledge as well as the areas of pre-specialization of the alluded careers. In the careers of the engineering area in which the student can have a greater knowledge of mathematical background such as: algebra, analytical geometry and trigonometry and at the same time has a greater predisposition for the study of these, the student easily assimilates the concepts presented.

As a complementary part of the course, mathematical software is used as an alternative that facilitates the student's learning of the topics of the referred subject, mainly using Maple software, which is versatile and capable of solving a general mathematical problem or application in several ways.

Palabras claves: Ingeniería, matemáticas, función, derivada, software, enseñanza.

INTRODUCCIÓN

Cuando se empieza a analizar algunas $\Delta x = x_2 - x_1$ de las aplicaciones en donde se usan las derivadas para modelar las razones a las que cambian las cosas en el mundo, principalmente con respecto al tiempo (Thomas, 2015). El problema de encontrar la recta tangente a una curva y el problema de encontrar la velocidad de un objeto involucran encontrar el mismo tipo de límite, este tipo especial de límite se denomina derivada y en las ciencias e ingeniería puede ser interpretada como una razón de cambio. (Stewart, 2021).
Razones de cambio.

Suponer que y es una cantidad que depende de otra cantidad x. Así, y es una función de x y se expresa como $y = f(x)$. Si x cambia de x_1 a x_2, entonces el cambio en x (también conocido como incremento de x) es $\Delta x = x_2 - x_1$ y el cambio correspondiente en y es $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$

El cociente de diferencias $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ se llama razón de cambio promedio de y respecto a x sobre el intervalo $[x_1, x_2]$, y puede interpretarse como la pendiente de la recta secante PQ en la figura 1.

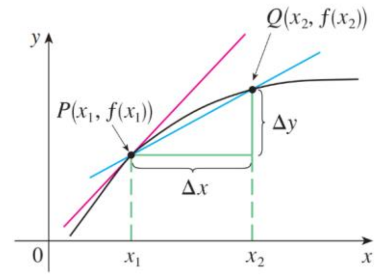

Figura 1.- Razón de cambio promedio de *y* respecto a *x*.

* Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM, Departamento de Matemáticas, Correo electrónico: jjuncon@unam.mx. Dr. Juan José Contreras Espinosa, Dr. José Luz Hernández Castillo, Dr., Iván Noé Mata Vargas.

AÑO 8. No. 8. ISSN-2448-7236. SEPTIEMBRE 2023 – AGOSTO 2024. EM-08, pág.: 1 a la 4.

Por analogía con la velocidad, considerar la razón de cambio promedio en intervalos cada vez más pequeños haciendo que x_2 tienda a x_1 y, por tanto, hacer que Δx tienda a 0. El límite de estas razones de cambio promedio se llama razón de cambio (instantánea) de y respecto a x en $x = x_1$, lo cual se interpreta como la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $P(x_1, f(x_1))$.

Razón de cambio instantánea $\underset{\Delta x \to 0}{lím} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \underset{x_2 \to x_1}{lím} \dfrac{f(x_2) - f(x_2)}{x_2 - x_1}$. Se conoce este límite como la derivada $f'(x_1)$. Se sabe que una interpretación de la derivada $f'(a)$ es como la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ cuando $x = a$.

Ahora se tiene una segunda interpretación. La derivada $f'(a)$ es la razón de cambio instantánea de $y = f(x)$ respecto a x cuando $x = a$. El vínculo con la primera interpretación es que si se dibuja la curva $y = f(x)$, entonces la razón de cambio instantánea es la pendiente de la recta tangente a esta curva en el punto donde $x = a$.

Esto significa que cuando la derivada es grande (y, en consecuencia, la curva es pronunciada, como en el punto P de la figura 2), los valores de y cambian rápidamente. Cuando la derivada es pequeña, la curva es relativamente plana (como en el punto Q), y el valor de y cambia lentamente.

En particular, si $s = f(t)$ es la función posición de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta, entonces $f'(a)$ es la razón de cambio del desplazamiento s respecto al tiempo t. En otras palabras, $f'(a)$ es la velocidad de la partícula en el tiempo $t = a$. La rapidez de la partícula es el valor absoluto de la velocidad, es decir, $|f'(a)|$.

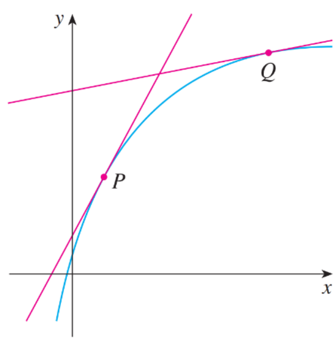

Figura 2.- Los valores y cambian rápidamente en P y lentamente en Q.

Metodología o desarrollo.

Suponer que el petróleo derramado por un buque cisterna con una fuga del referido liquido se esparce siguiendo un patrón circular cuyo radio se propaga con una rapidez de 2 m/s como se observa en la figura 3. ¿Con qué rapidez está incrementándose el área del derrame cuando su radio es de 60 m?

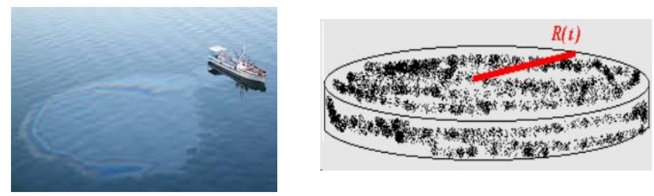

Figura 3.- Representación de la mancha del petróleo derramado por el buque cisterna y representación del radio en función del tiempo *t*.

3. Resultados y análisis

Solución.
Para la solución se hacen las siguientes consideraciones.
t = número de segundos transcurridos a partir del momento del derrame.
r = radio del derrame en metros después de t segundos.
A = área del derrame en m2 después de t segundos.
dr/dt = rapidez con la que se está incrementado el radio en el tiempo.
dA/dt = rapidez con la que se está incrementado el área con el tiempo.

Por lo tanto, la incógnita es dA/dt; $r = 60m$, dA/dt es la rapidez con la que se está incrementan-do el área del derrame cuando $r = 60m$.

Se sabe que el área de un círculo está dada por $A = \pi r^2$, como A y r son funciones variables que dependen de t, se deriva la expresión $A = \pi r^2$ con respecto a t para obtener.

De $A = \pi r^2$

$$\frac{d}{dt}(A) = \frac{d}{dt}(\pi r^2) \;;\; \frac{d}{dt}(A) = \pi \frac{d}{dt}(r^2) \;;\; \frac{dA}{dt} = 2\pi r^{2-1}\frac{dr}{dt} \;;$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

Se sabe qué.

$$\frac{dr}{dt} = 2\frac{m}{seg} .$$

Por lo tanto.

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r\ (2)\ ;\ \frac{dA}{dt} = 4\pi r$$

Ahora cuando $r = 60m$.

$$\left.\frac{dA}{dt}\right|_{r\,=\,60} = 4\pi(60) \quad ; \quad \left.\frac{dA}{dt}\right|_{r\,=\,60} = 240\pi m^2\ /\ seg$$

O bien.

$$\left.\frac{dA}{dt}\right|_{r\,=\,60} = 753.98m^2\ /\ seg$$

Respuesta.

El área del derrame se incrementa con una rapidez de $240\pi\ m^2/s$, cuando su radio es de $60m$.

Con maple

```
> restart: # Se limpian las memorias de maple.
> A:=Pi*r^2; # Se ingresa la función área.
   A:= π r^2
> dA/dt=diff(A,r)*[dr/dt]; # Se calcula la derivada respecto al tiempo t.
   dA/dt = 2 π r[dr/dt]
> subs([dr/dt]=2,%); # Se sustituye la rapidez de cambio del radio en el tiempo t.
   dA/dt = 4 π r
> subs(r=60,%); # Se sustituye el radio r = 60m
  dA/dt = 240 π
> evalf(%); # Se obtiene el resultado en decimales.
   dA/dt = 753.9822
```

En seguida se simula el crecimiento del derrame de petróleo con una animación, la cual se pude observar en la figura 4.

```
> restart:with(plots):
>p1:=implicitplot([seq(x^2+y^2=j^2,j=-1..11)],x=-12..12,y=-12..12,color=[red,green,blue,
magenta],axes=normal,grid=[100,100]):
>p2:=animate([11*sin(t)*cos(u),11*sin(t)*sin(u),u=0..2*Pi],t=0..Pi
,view=[-11..11,-11..11], frames=100,thickness=3,color=black):
> display(p1,p2);
```

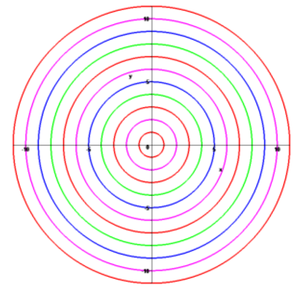

Figura 4.- Animación de la mancha del petróleo derramado por el buque cisterna en función del tiempo *t*.

Conclusiones

Para el proceso de enseñanza-aprendizaje en el estudio del cálculo diferencial en las carreras de ingenierías es de los más grandes desafíos de la educación en la actualidad, no solo por ser un contenido en la formación de aquellos alumnos que estudian ingeniería, ya que los estudiantes de primer ingreso en la mayoría de las carreras de ingeniería que se imparten en esta institución, presentan dificultades en su asimilación y son causa de bajos índices de aprovechamiento académico, así como que, la asignatura llegue a presentar un alto índice de reprobación.

Es de suma importancia el protagonismo de las TIC para la introducción de los conceptos básicos más esenciales y para la resolución de ejercicios de tópicos de la asignatura y de problemas propios de las carreras de ingeniería.

Con un buen uso de las TIC en la solución de problemas propios para la formación de ingenieros, se puede contribuir al logro de aprendizajes significativos en los estudiantes.

Una mejora en la estructura del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial con el apoyo de las TIC en las carreras de ingeniería en nuestra institución considera la utilización de herramientas como entorno virtual de enseñanza aprendizaje de las matemáticas para facilitar el intercambio entre los profesores y estudiantes.

Agradecimientos

Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME 108322.

AÑO 8. No. 8. ISSN-2448-7236. SEPTIEMBRE 2023 – AGOSTO 2024. EM-08, pág.: 1 a la 4.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Stewart, J. (2021). Cálculo de una variable. Trascedentes tempranas. México: CENGAGE.

Thomas. (2015). Cálculo de una sola variable. México: PEARSON.

Información en línea
http://www.maplesoft.

INFORMACIÓN ACADÉMICA

José Juan Contreras Espinosa: Ingeniero Mecánico Electricista egresado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, Maestro en Ingeniería orientación Metal Mecánica egresado de la División de Estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y Doctor en Educación, UCI.

José Luz Hernández Castillo: Ingeniero Agricola egresado de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM, Maestro en Educación egresado de la UCI y Doctor en Educación de la UCI.

Iván Noé Mata Vargas: Ingeniero Mecánico egresado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, Maestro en Ingeniería orientación Metal Mecánica egresado de la División de Estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y Doctor en Educación, UCI.