

# Interacción entre Circuito RLC Serie y Modelo Gemelo Multicuerpo del Sistema Masa-Resorte-Amortiguador

Varguez Rojas Edgar  
Escuela de Ingeniería  
Universidad La Salle Pachuca  
Pachuca Hidalgo  
[222118@lasallep.mx](mailto:222118@lasallep.mx)

Cornejo Cervantes Jesús Antonio  
Escuela de Ingeniería  
Universidad La Salle Pachuca  
Pachuca Hidalgo  
[222276@lasallep.mx](mailto:222276@lasallep.mx)

Ordaz Oliver Mario Oscar  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y  
Electrónica  
Tecnológico Nacional De México,  
Campus Pachuca  
Pachuca Hidalgo  
[mario.oo@pachuca.tecnm.mx](mailto:mario.oo@pachuca.tecnm.mx)

Gutiérrez Moreno Evelin  
Ingeniería Mecatrónica  
Universidad Politécnica de Pachuca,  
Pachuca Hidalgo  
[evgutierrez@upp.edu.mx](mailto:evgutierrez@upp.edu.mx)

Montiel Hernández Justo Fabián  
Escuela Superior de Ciudad Sahagún  
Universidad Autónoma del Estado de  
Hidalgo  
Cd. Sahagún, México  
[justo\\_montiel@uaeh.edu.mx](mailto:justo_montiel@uaeh.edu.mx)

Ordaz Oliver Jesús Patricio  
Centro de Investigación en tecnologías  
de la información y Sistemas,  
Universidad Autónoma del Estado de  
Hidalgo  
Pachuca Hidalgo  
[jesus\\_ordaz@uaeh.edu.mx](mailto:jesus_ordaz@uaeh.edu.mx)

**Resumen**— Este proyecto estudia la excitación del movimiento de un sistema masa-resorte-amortiguador virtual mediante un circuito resistivo-inductivo-capacitivo serie (RLC). Utilizando Simulink y Matlab, con la integración de diseños de SolidWorks a través de la caja de herramientas (toolbox) Simscape Multibody, se desarrolla el gemelo mecánico virtual. La comunicación entre el circuito físico y el gemelo virtual se logra mediante un Arduino UNO y la caja de herramientas de Simulink Support Package for Arduino Hardware. El estudio se centra en la observación de la respuesta de sistemas de segundo orden. Este enfoque permite resaltar la utilidad de los modelos virtuales para analizar y entender la dinámica de sistemas físicos complejos.

**Palabras clave**— Simulación, Simulink, Matlab, Arduino UNO, SolidWorks, sistemas de segundo orden, sobre-amortiguado, críticamente amortiguado, ecuación diferencial.

## I. INTRODUCCIÓN

La simulación de sistemas físicos mediante el uso de herramientas virtuales es una práctica común en la ingeniería mecatrónica. Los modelos virtuales permiten analizar y entender la dinámica de sistemas complejos, sin necesidad de construir prototipos físicos, lo cual ahorra tiempo y recursos materiales. En este contexto, el presente trabajo se enfoca en la simulación de un sistema masa-resorte-amortiguador cuyo movimiento es excitado mediante un circuito RLC serie. Los sistemas masa-resorte-amortiguador son ampliamente utilizados para modelar diversos fenómenos físicos y mecánicos, desde la suspensión de vehículos hasta estructuras de edificios. La simulación precisa de estos sistemas es crucial para predecir su comportamiento ante diferentes condiciones y en términos generales son representados como ecuaciones diferenciales de segundo orden. Por otra parte, utilizar un circuito RLC serie para excitar el movimiento de un modelo virtual permite estudiar la interacción entre componentes eléctricos y mecánicos que tienen dinámicas altamente semejantes, esto aporta una comprensión profunda de los principios que rigen el comportamiento de este tipo de sistemas.

Diversas prácticas en Ingeniería Mecatrónica han explorado la simulación de sistemas físicos mediante herramientas como Simulink y Matlab. La toolbox o caja de

herramientas Simscape Multibody de Simulink permite integrar e importar modelos a montajes CAD completos, incluidas todas las masas, inercias, articulaciones, restricciones y geometría tridimensional, facilitando la creación de simulaciones precisas de sistemas mecánicos y robóticos [1]. Esta misma proporciona un entorno de representación multicuerpo para sistemas mecánicos en 3D, como son robots, suspensiones de vehículos, maquinaria de construcción y trenes de aterrizaje de aeronaves; también puede modelar sistemas con diversas partes interconectadas utilizando bloques que representan un cuerpo con articulaciones, restricciones, elementos de fuerza y sensores. Simscape Multibody formula y resuelve las ecuaciones de movimiento de todo el sistema mecánico a la par que una animación en 3D generada automáticamente permite visualizar la dinámica del sistema [2]. En este contexto, la comunicación entre circuitos físicos y modelos virtuales a través de tarjetas de desarrollo programable de bajo costo, como Arduino permite la implementación de una técnica efectiva para control y monitoreo en tiempo real de sistemas mecatrónicos en una gran variedad de aplicaciones. Este proyecto contribuye al campo de la mecatrónica al demostrar cómo un circuito RLC puede utilizarse para excitar el movimiento un sistema masa-resorte-amortiguador virtual por medio de su respuesta a una condición inicial. Además, destaca la importancia de los modelos virtuales para estudiar la respuesta de sistemas lineales de segundo orden, proporcionando una plataforma versátil para experimentación y análisis.

El presente documento se organiza de la siguiente manera: en la sección de Métodos se detallan los procedimientos y herramientas utilizadas para el desarrollo del proyecto. En la sección de Resultados se presentan las observaciones obtenidas de al excitar el modelo virtual por medio de la respuesta libre de un circuito RLC serie. Posteriormente, en la sección Discusión se analizan los resultados, destacando las implicaciones y aplicaciones del estudio. Finalmente, en la sección de Conclusiones se resumen los hallazgos principales y se sugieren futuras líneas de investigación.

## II. MÉTODOS

### A. Diseño asistido por computadora (CAD)

En esta primera etapa de la metodología es indispensable contar con los conocimientos relacionados con el uso de SolidWorks, específicamente en la construcción de piezas y ensambles en nivel intermedio y avanzado, dado que es necesario construir un conjunto de piezas que representen el sistema masa-resorte-amortiguador. Para el presente caso se diseña un conjunto soporte, llanta automotriz (neumático-rin) y suspensión automotriz (resorte-amortiguador), el cual puede contener  $n$  piezas como subensambles y que debe ser ensamblado globalmente como dos piezas, definiendo una única parte fija y una móvil, cuyas relaciones de posición ofrecen las restricciones de movimiento necesarias para tener solo un grado de libertad a lo largo del eje del resorte en sentido vertical; tal como se muestra en la Figura (1).

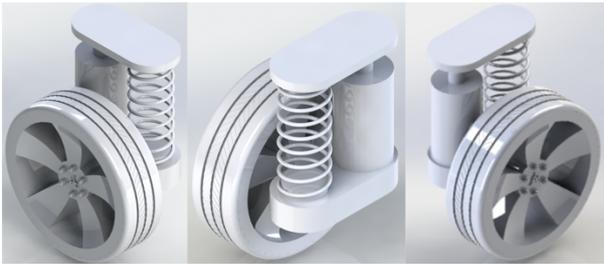


Fig. 1. Vistas isométricas del diseño asistido por computadora para el sistema mecánico masa-resorte-amortiguador

### B. Exportación-Importación del modelo mecánico CAD

Una vez obtenido el ensamblaje con las restricciones adecuadas, se realiza la instalación y activación de los complementos de Simscape Multibody, tanto en SolidWorks, como en la ventana de comandos de MATLAB, para efectuar la exportación desde SolidWorks y la importación del modelo CAD en Simulink con extensión *slx*, validando la presencia de un solo grado de libertad con una articulación de tipo prismática para excitar el movimiento a lo largo del eje vertical.

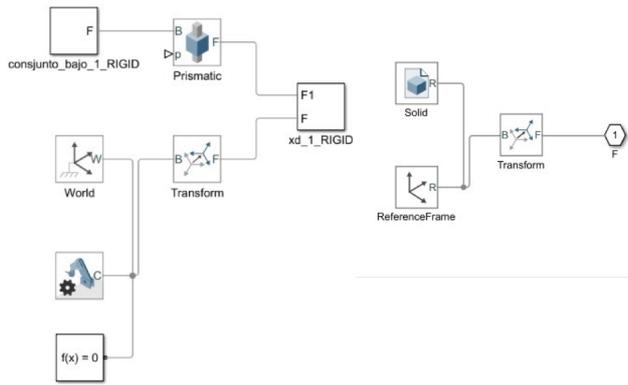


Fig. 2. Modelo multicuerpo de mecanismo masa-resorte-amortiguador

A partir de la correcta generación del modelo multicuerpo mediante la exportación en SolidWorks y la importación en Simulink, se obtiene el diagrama que se observa en la Figura (2).

### C. Caja de herramientas de Simulink Support Package for Arduino Hardware

A continuación, se procede a realizar la descarga e instalación de la caja de herramientas de Simulink Support Package for Arduino Hardware, la cual permite la comunicación serial de la tarjeta de desarrollo programable Arduino UNO y otros modelos de Arduino con Simulink, con el fin de realizar la lectura de la entrada analógica  $A0$ , se hace uso del bloque “*analog input*” que se muestra en la Figura (3), para medir el voltaje sobre la resistencia del circuito RLC serie y permite excitar el movimiento del modelo CAD del sistema masa-resorte-amortiguador [1].

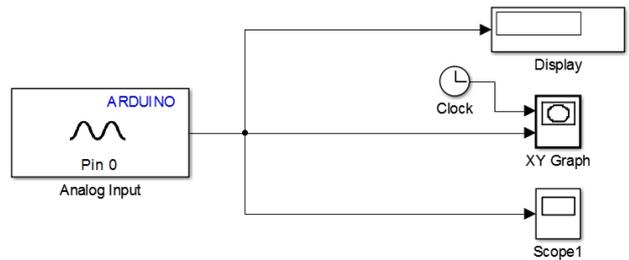


Fig. 3. Bloque de lectura analógica “*analog input*” de la caja de herramientas de Arduino para Simulink

Previo a la conexión con el modelo CAD, es recomendable realizar una serie de pruebas en las que se adquiere el voltaje de un potenciómetro y la respuesta se visualiza por medio de un bloque de osciloscopio.

### D. Comunicación del circuito RLC serie con del modelo CAD del sistema masa-resorte-amortiguador

Para lograr excitar el movimiento del modelo CAD importado mediante Simscape Multibody a Simulink desde SolidWorks, es necesario modificar los bloques del modelo importado, configurando el componente de articulación prismática para que su movimiento dependa de una excitación externa definida por sus variables de estado (posición, velocidad y aceleración) y no de una fuerza externa [2]. Posteriormente, se debe insertar un bloque multiplexor de tres entradas, que permite introducir en un canal la señal proveniente de los canales de posición (lectura de la entrada analógica  $A0$ ), velocidad (derivada numérica del bloque de lectura analógica) y aceleración (derivada numérica del bloque de velocidad).

A continuación, se acondiciona la señal de voltaje medido en la resistencia del circuito RLC desde la entrada analógica  $A0$  de Arduino UNO. Este proceso se debe realizar cuidadosamente, ya que el voltaje medido en la entrada analógica  $A0$  se traduce a una palabra binaria de 10 bits, que corresponde a  $2^{10}$  o valores entre 0 y 1023. En una gran variedad de aplicaciones en mecatrónica que requieren solo de una medición directa de voltaje, este acondicionamiento consiste en una regla de proporcionalidad directa que resulta de multiplicar el valor leído por 5v y dividirlo entre 1023.

El conjunto de pasos antes descrito da lugar al diagrama de bloques que interactúa con el modelo multicuerpo de Simscape Multibody y con la lectura analógica del Arduino tal como se presenta en la Figura (4). En esta Figura se puede observar que el componente medular es el bloque de articulación prismática, constituido por los bloques interconectados a la derecha de esta misma imagen.

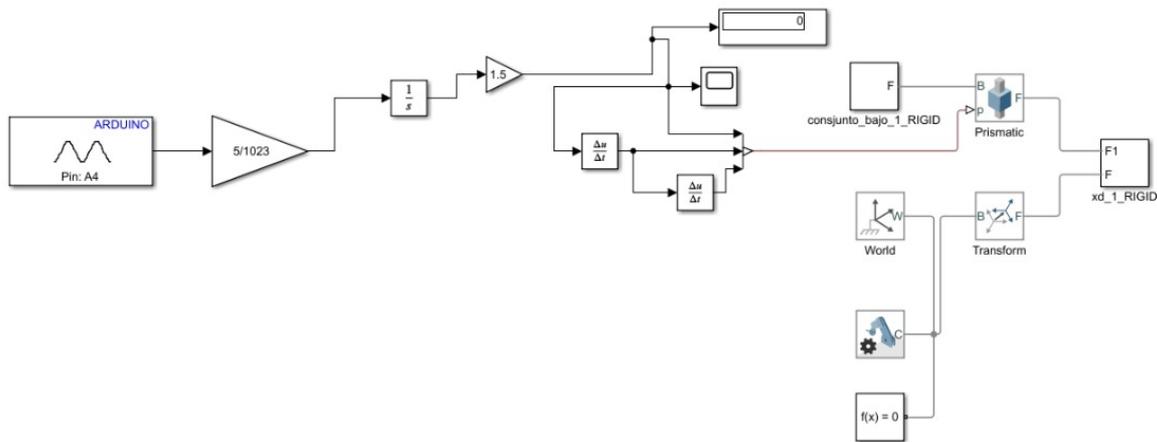


Fig. 4. Diagrama de bloques con modelo multicuerpo de Simscape Multibody y lectura analógica del Arduino para el sistema masa-resorte-amortiguador

El diagrama mostrado en la Figura (4) da lugar al gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador creado con CAD mediante SolidWorks, tal como se muestra en la Figura (5).

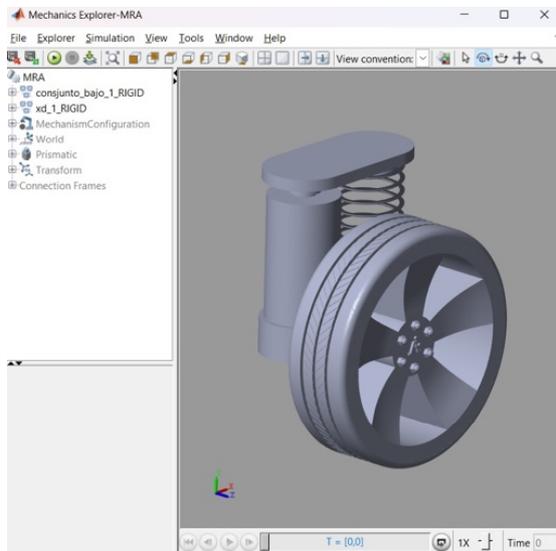


Fig. 5. Gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador creado con CAD mediante SolidWorks

Una vez que se ha establecido el conjunto de herramientas computacionales y subsistemas del prototipo, se procede a modelar matemáticamente el sistema masa resorte amortiguador y el circuito RLC serie por medio de leyes conservativas de la física, pues dichos modelos comparten una serie de características y analogías, que permiten la ejecución de este trabajo y abren la posibilidad a una discusión acerca del comportamiento de los sistemas de segundo orden.

### E. Modelo matemático del sistema masa-resorte-amortiguador

Dado el sistema mecánico masa resorte amortiguador que se observa en el diagrama de la Figura (6) [3].

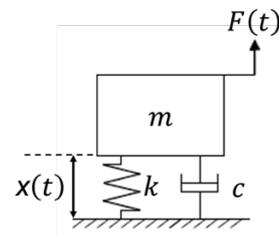


Fig. 6. Diagrama del sistema mecánico masa-resorte-amortiguador

Donde:

$m$  es la masa.

$k$  es la constante del resorte.

$c$  es el coeficiente de amortiguamiento.

$x(t)$  es la posición de la masa en función del tiempo.

$F(t)$  es la fuerza externa aplicada al sistema.

La segunda ley de Newton establece que la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la masa del cuerpo multiplicada por su aceleración:

$$\sum F = m \cdot a$$

En este caso, la aceleración  $a$  es la segunda derivada de la posición  $x(t)$  con respecto al tiempo:

$$a = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

Si se consideran las fuerzas que actúan sobre la masa de la siguiente manera:

- Fuerza del resorte: de acuerdo con la ley de Hooke, dicha fuerza es proporcional a la deformación del resorte y se expresa como  $-kx(t)$ .
- Fuerza de amortiguamiento: fuerza definida como proporcional a la velocidad de la masa y se expresa como  $-c \frac{dx(t)}{dt}$

- Fuerza externa: La fuerza aplicada al sistema  $F(t)$ .

Si se realiza la suma de todas las fuerzas y se aplica la segunda ley de Newton:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) - c \frac{dx(t)}{dt} - kx(t)$$

Reordenando la ecuación, se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden que describe el movimiento del sistema masa-resorte-amortiguador, como [4]:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$$

Para analizar el comportamiento de este sistema, es posible considerar la ecuación homogénea (cuando  $F(t) = 0$ ):

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = 0$$

La solución de esta ecuación diferencial se puede encontrar utilizando métodos estándar para ecuaciones diferenciales de segundo orden, como la transformada de Laplace o el método de la ecuación característica.

La ecuación característica asociada es:

$$mr^2 + cr + k = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática para  $r$ :

$$r = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

Donde  $r$  también es conocida como cota de decaimiento, dado que establece la forma exponencial decreciente con que converge la solución ante una condición inicial y dependiendo del valor de la raíz cuadrada ( $c^2 - 4mk$ ), el sistema puede tener una respuesta asociada con su radio de amortiguamiento [5]:

- Sobreamortiguada ( $c^2 > 4mk$ ): su ecuación característica tiene dos raíces reales y distintas.
- Críticamente amortiguado ( $c^2 = 4mk$ ): su ecuación característica cuenta con dos raíces reales e iguales.
- Subamortiguado ( $c^2 < 4mk$ ): Las raíces de su ecuación característica son complejas conjugadas.

La solución general de la ecuación diferencial depende del tipo de radio de amortiguamiento y se puede expresar como [6]:

- Para el caso *sobreamortiguado*:

$$x(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las raíces reales distintas.

- Para el caso *críticamente amortiguado*:

$$x(t) = (A + Bt)e^{rt}$$

donde  $r$  es la raíz real doble.

- Para el caso *subamortiguado*:

$$x(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\beta t) + B \sin(\beta t))$$

donde  $\alpha = \frac{c}{2m}$  y  $\beta = \frac{\sqrt{4mk - c^2}}{2m}$ .

De ese modo se obtiene el modelo matemático del sistema masa-resorte-amortiguador aplicando las leyes de Newton. La ecuación diferencial de segundo orden:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$$

describe el comportamiento del sistema bajo la influencia de una fuerza externa  $F(t)$ . La solución de esta ecuación, considerando las condiciones iniciales y el tipo de amortiguamiento, da lugar a la respuesta del sistema en términos de la posición  $x(t)$  de la masa.

#### F. Modelo Matemático Circuito RLC Serie.

Suponga que el circuito RLC serie que se muestra en la Figura (7), está conectado a una fuente de voltaje  $V(t)$ .

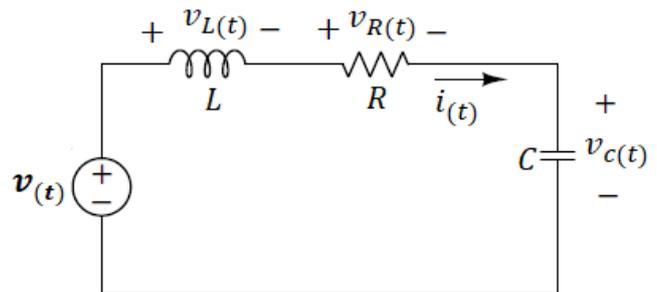


Fig. 7. Diagrama eléctrico del circuito RLC serie excitado con voltaje de corriente directa

Donde:

$L$  es la inductancia.

$C$  es la capacitancia.

$R$  es la resistencia.

$i(t)$  es la intensidad de corriente como función del tiempo.

$V(t)$  es la fuente de voltaje aplicado al circuito serie.

Para el circuito en serie, la Ley de Kirchhoff de Voltajes (KVL) establece que la suma de las caídas de voltaje alrededor de cualquier lazo cerrado es igual a la suma de las fuentes de voltaje presentes en ese lazo. De este modo, se puede obtener la caída de tensión en cada uno de los componentes pasivos del circuito serie, como se muestra a continuación [7]:

La caída de voltaje a través de la resistencia  $R$  es:

$$V_R(t) = Ri(t)$$

La caída de voltaje a través del inductor  $L$  es proporcional a la derivada de la corriente con respecto al tiempo:

$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

La caída de voltaje a través del capacitor  $C$  es proporcional a la carga acumulada  $q(t)$ , y se relaciona con la corriente  $i(t)$  por la derivada de la carga:

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Ahora si se aplica  $KVL$  al lazo del circuito RLC serie, se obtiene la siguiente expresión:

$$V(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t)$$

Sustituyendo las caídas de voltaje individuales, se obtiene:

$$V(t) = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Para simplificar la ecuación y obtener una ecuación diferencial, se la derivada con respecto al tiempo en ambos lados:

$$\frac{dV(t)}{dt} = R \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{1}{C} i(t)$$

Reordenando los términos, se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden que describe el comportamiento del circuito RLC serie [4]:

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dV(t)}{dt}$$

Para analizar la respuesta del circuito, se puede considerar la ecuación homogénea (cuando  $V(t) = 0$ ):

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0$$

La ecuación característica asociada es:

$$Lr^2 + Rr + \frac{1}{C} = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática para  $r$ :

$$r = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$$

Dependiendo de la discriminante ( $R^2 - 4L/C$ ), el sistema puede ser:

- Sobreamortiguado ( $R^2 > 4L/C$ ): Dos raíces reales y distintas.
- Críticamente amortiguado ( $R^2 = 4L/C$ ): Dos raíces reales e iguales.
- Subamortiguado ( $R^2 < 4L/C$ ): Dos raíces complejas conjugadas.

La solución general de la ecuación diferencial depende del tipo de amortiguamiento y se puede expresar como:

- Para el caso *sobreamortiguado*:

$$i(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las raíces reales distintas.

- Para el caso *críticamente amortiguado*:

$$i(t) = (A + Bt)e^{rt}$$

donde  $r$  es la raíz real doble.

- Para el caso *subamortiguado*:

$$i(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\beta t) + B \sin(\beta t))$$

donde  $\alpha = \frac{R}{2L}$  y  $\beta = \frac{\sqrt{4L/C - R^2}}{2L}$ .

De esta forma se obtiene el modelo matemático del circuito RLC serie aplicando las leyes de Kirchhoff. La ecuación diferencial de segundo orden:

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dV(t)}{dt}$$

La cual describe el comportamiento del circuito bajo la influencia de una fuente de voltaje  $V(t)$ . La solución de esta ecuación, considerando las condiciones iniciales y el tipo de amortiguamiento, da lugar a la respuesta del circuito en términos de la corriente  $i(t)$ .

### III. RESULTADOS

A partir del modelo matemático de ambos sistemas es posible observar que los dos simultáneamente son definidos por ecuaciones diferenciales de segundo orden, lo cual revela una interesante analogía entre los dominios mecánico y eléctrico. Esta semejanza no solo facilita la comprensión de estos sistemas, sino que también permite aplicar métodos de análisis y soluciones similares a problemas en diferentes dominios de la ingeniería.

Para el Sistema masa-resorte-amortiguador se tiene una ecuación diferencial dada como:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$$

Mientras que para el Circuito RLC Serie se tiene:

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dV(t)}{dt}$$

La forma de ambas ecuaciones diferenciales es notablemente similar. Esto permite establecer una analogía directa entre los componentes mecánicos y eléctricos:

- La Masa  $m$  es análoga a la Inductancia  $L$ .
- El Coeficiente de amortiguamiento  $c$  es análogo a la Resistencia  $R$ .
- El Coeficiente de Elasticidad del Resorte  $k$  es análogo al inverso de la Capacitancia  $1/C$
- La Posición  $x(t)$  es análoga a la Corriente  $i(t)$
- La Fuerza  $F(t)$  es análoga a la Derivada del voltaje  $\frac{dV(t)}{dt}$

Los dos sistemas pueden exhibir comportamientos similares dependiendo de los parámetros, lo que permite clasificar las respuestas en tres categorías principales:

1. *Sobreamortiguado*: Respuesta exponencialmente decaída con dos exponentes distintos, indicando que el sistema retorna a su estado de equilibrio sin oscilaciones.
  - En el sistema masa-resorte-amortiguador, esto ocurre cuando  $c^2 > 4mk$
  - En el circuito RLC serie, esto ocurre cuando  $R^2 > 4L / C$ .
2. *Críticamente amortiguado*: Respuesta exponencialmente decaída con un exponente, indicando que el sistema retorna a su estado de equilibrio lo más rápido posible sin oscilaciones.
  - En el sistema masa-resorte-amortiguador, esto ocurre cuando  $c^2 = 4mk$ .
  - En el circuito RLC serie, esto ocurre cuando  $R^2 = 4L / C$ .
3. *Subamortiguado*: Respuesta oscilatoria amortiguada, indicando que el sistema oscila mientras retorna a su estado de equilibrio.
  - En el sistema masa-resorte-amortiguador, esto ocurre cuando  $c^2 < 4mk$ .
  - En el circuito RLC serie, esto ocurre cuando  $R^2 < 4L / C$ .

La similitud en la forma matemática de las ecuaciones diferenciales de estos sistemas permite usar técnicas y herramientas de análisis similares en ambos dominios. Este tipo de analogía se extiende a muchos otros pares de sistemas físicos y eléctricos, facilitando el estudio y diseño de sistemas complejos. Además, dicha similitud destaca la universalidad de las leyes físicas subyacentes y cómo diferentes tipos de sistemas pueden ser descritos y entendidos a través de las mismas matemáticas. Esto refuerza la importancia de la educación interdisciplinaria en la ingeniería y la física, permitiendo a los ingenieros y científicos aplicar conocimientos y técnicas de un campo a otro de manera efectiva.

Para la validación práctica se eligen los valores comerciales de inductancia y capacitancia, dado que el valor de la resistencia eléctrica requerido para una respuesta en particular puede ser obtenido por medio de configuraciones serie, paralelo y mixto, o bien, a través de una resistencia variable, como es el caso de un potenciómetro.

Con intención de visualizar una respuesta críticamente amortiguada, se establecen los siguientes valores para los parámetros del circuito RLC serie:

$$L = 1H .$$

$$C = 0.1\mu F .$$

$$V(t) = 5V$$

Si se desea una respuesta críticamente amortiguada, la resistencia se calcula como  $R = \sqrt{4L / C}$ , dicha relación surge a partir de las expresiones analizadas al inicio de esta sección,

en donde se obtiene un valor  $R = 6.3246k\Omega$  (el cual se obtiene en la práctica a partir de un potenciómetro de  $10k\Omega$ ). Esto significa que, si se elige un valor de resistencia mayor al valor indicado anteriormente, se obtendrá una respuesta sobreamortiguada, con un tiempo de convergencia mayor al que se aprecia en la primera grafica de la Figura (8). Por otra parte, si se elige un valor  $R < 6.3246k\Omega$ , la respuesta del sistema será oscilatoria o subamortiguada. Este último comportamiento no puede ser observado en el sistema bajo las condiciones establecidas, dado que la entrada analógica de Arduino UNO no tiene la capacidad para leer valores negativos, lo que requiere una modificación de la salida del circuito RLC serie, utilizando amplificadores operacionales para inducir una componente de voltaje que sea sumada a la señal del circuito RLC serie y contrarreste la naturaleza de la lectura del corriente en el circuito.

Con el objetivo de evitar movimientos con magnitudes fuera de proporción en el gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador, se acondiciona la respuesta a un valor de desplazamiento máximo de 1.5m, para ello se utiliza un bloque de ganancia con valor 1.5, como se observa en la Figura (4). Finalmente, para obtener las variables de estado restantes (velocidad y aceleración) se utiliza el bloque de derivación en cascada y cada variable se conecta al multiplexor que excita el movimiento de la articulación prismática.

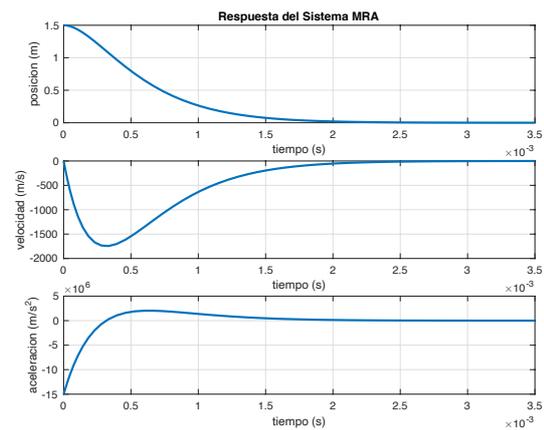


Fig. 8. Posición, velocidad y aceleración del gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador con parámetros críticamente amortiguados

A partir de la lectura de las señales de posición, velocidad y aceleración, se construye el conjunto de graficas que se presenta en la Figura (8). Inicialmente, en la parte superior se observa la respuesta del sistema en cuanto a posición se refiere, en donde se hace evidente una respuesta libre de oscilaciones.

Posteriormente, en la parte central se observa la curva de velocidad, en donde se observa como pasa del estado de reposo en el instante inicial, a un estado dinámico que decrece a un valor mínimo, para después alcanzar su estado de reposo. Finalmente, en la parte inferior, se observa la aceleración del sistema, en donde se hace evidente la convergencia a cero en un tiempo finito.

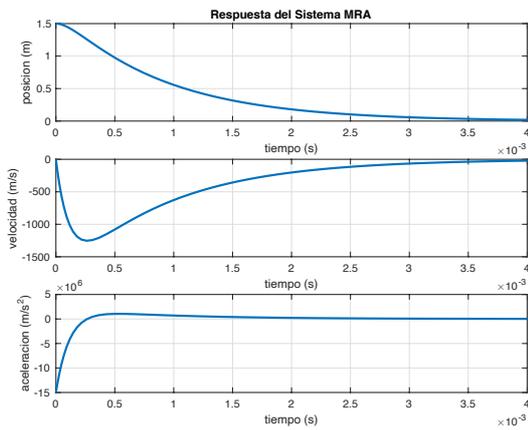


Fig. 9. Posición, velocidad y aceleración del gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador con parámetros sobreamortiguados

Posteriormente, se evalúa el comportamiento del sistema con el valor máximo de resistencia, que es de  $10k\Omega$ , el cual define una respuesta sobreamortiguada, tal como se aprecia en las gráficas de la Figura (9). Este tipo de respuesta presenta la característica de converger a cero en un tiempo mayor, sin oscilaciones y con mayor disipación de energía.

#### IV. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos confirman la validez del planteamiento propuesto para la excitación, manipulación y simulación de sistemas masa-resorte-amortiguador mediante circuitos RLC serie. La capacidad de ajustar y observar en tiempo real los parámetros del sistema permitió una comprensión más profunda de su comportamiento dinámico y de las distintas analogías entre ambos sistemas. La utilización de herramientas como Simulink y Matlab, junto con la integración de Arduino UNO, se destacó como una estrategia efectiva para el estudio de sistemas de segundo orden.

El enfoque presentado, deja en claro el potencial de las simulaciones con sistemas multicuerpo de mecanismo manipulados mediante circuitos eléctricos, permitiendo explorar la respuesta de sistemas ante pruebas de distintas naturalezas, como fallas o de tipo destructivas. Esto ofrece numerosas ventajas, incluyendo la reducción de costos y tiempos de desarrollo, así como la posibilidad de explorar una amplia gama de condiciones de operación sin riesgos asociados.

#### V. CONCLUSIONES

El proyecto demostró que es posible excitar el movimiento de un gemelo digital del sistema masa-resorte-amortiguador mediante un circuito RLC utilizando Simulink y Matlab. La comunicación en tiempo real facilitada por Arduino UNO permitió observar y ajustar los parámetros del sistema de manera eficiente, para distinguir la naturaleza críticamente amortiguada y sobreamortiguada de ambos sistemas. Este enfoque destaca la importancia de los modelos multicuerpo y los gemelos digitales para el estudio de la dinámica de sistemas físicos complejos, proporcionando una herramienta valiosa para la ingeniería, el diseño y pruebas de estos.

#### REFERENCIAS

- [1] Kurniawan, A. (2013). *Getting Started with Matlab Simulink and Arduino*. PE Press.
- [2] Russell, K., Shen, J. Q., & Sodhi, R. (2022). *Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems: Implementation in MATLAB® and Simscape Multibody™*. CRC Press.
- [3] Kuo, B. C., & Golnaraghi, M. F. (1995). *Automatic control systems* (Vol. 8). Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall.
- [4] Ogata, K. (2009). *Modern control engineering* (pp. 642-643). India: Prentice Hall.
- [5] Rao, S. S. (2019). *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons.
- [6] Moulton, E. J. (1952). H. Goldstein, *Classical mechanics*.
- [7] Boylestad, R. L. (2010). *Introductory circuit analysis*. Prentice Hall Press.