

Evaluación Numérica del Modelo Matemático del Transformador Monofásico

Monroy Megia María José
 Departamento. De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
19200675@pachuca.tecnm.mx

Rodríguez García Nayla Fernanda
 Departamento. De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
19200725@pachuca.tecnm.mx

Pérez Hernández Juan Manuel
 Departamento. De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
19200720@pachuca.tecnm.mx

Calva Solís Cynthia Brithney
 Departamento De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
19200689@pachuca.tecnm.mx

Ordaz Oliver Mario Oscar
 Departamento. De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
mario.oo@pachuca.tecnm.mx

Espejel Rivera María Angélica
 Departamento. De Ingeniería Eléctrica
 y Electrónica
 Instituto Tecnológico De Pachuca
 Pachuca, Hgo.
maría.er@pachuca.tecnm.mx

Resumen—Este trabajo presenta una evaluación numérica detallada del modelo matemático de un transformador eléctrico monofásico, basada en las ecuaciones diferenciales que describen su comportamiento electromagnético y eléctrico. La simulación permite predecir con precisión el rendimiento del transformador bajo diversas condiciones operativas y de diseño, ofreciendo una visión integral de su eficiencia y posibles áreas de mejora. El uso de leyes fundamentales como las de Faraday y Ampere en la formulación del modelo, establece una relación clara entre el flujo magnético, las corrientes y los voltajes en los devanados primario y secundario. Esta metodología no solo facilita la identificación de parámetros clave que afectan el comportamiento del transformador, sino que también proporciona una herramienta para optimizar su desempeño en escenarios reales y anticipar su respuesta ante fluctuaciones en la carga o en la red.

Palabras clave: resistencia, flujo magnético, reactancia, frecuencia, transformador, modelo matemático.

I. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo presenta una simulación del modelo matemático del transformador eléctrico monofásico, el cual se obtiene a partir de distintas leyes de circuitos eléctricos y magnéticos. Un transformador eléctrico monofásico es un dispositivo electromagnético utilizado para transferir energía eléctrica de un circuito a otro mediante la inducción electromagnética, manteniendo la misma frecuencia, pero con una variación en los niveles de voltaje o corriente. Está compuesto por un núcleo ferromagnético, que facilita el flujo del campo magnético entre los devanados primario y secundario, y dos bobinas o devanados: el primario, que recibe la energía de la fuente, y el secundario, que entrega la energía transformada. El transformador monofásico es comúnmente utilizado en aplicaciones donde se requiere cambiar el voltaje de una fuente de corriente alterna monofásica, como en sistemas de distribución de energía para viviendas o pequeñas industrias.

El transformador es un dispositivo eléctrico diseñado basándose del acoplamiento magnético. Consta de bobinas magnéticamente acopladas para transferir energía de un circuito a otro. Se utilizan en sistemas eléctricos para aumentar o reducir tensiones o corrientes de ca. También se les emplea para propósitos de acoplamiento de impedancias, aislamiento de una parte de un circuito respecto de otra [1].

De acuerdo con la construcción de su núcleo, el transformador se clasifica en tipo núcleo y tipo acorazado.

Transformador tipo núcleo: este tipo de transformador consta de una pieza de acero rectangular, laminada, con los devanados enrollados sobre dos de los lados del rectángulo y se encarga de elevar la tensión eléctrica en generación [2].

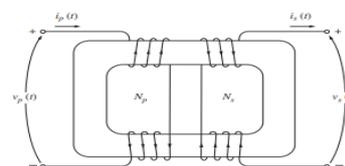


Fig. 1. Transformador eléctrico tipo núcleo.

Transformador tipo acorazado: consta de un núcleo laminado de tres columnas, cuyas bobinas están enrolladas en la columna central [2].

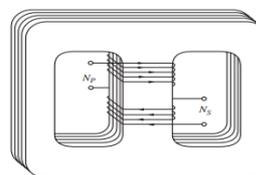


Fig. 2. Transformador eléctrico tipo acorazado.

Independientemente de la naturaleza del transformador, este incluye un núcleo, que está hecho generalmente de láminas de acero al silicio, diseñadas para reducir las pérdidas por corrientes parásitas (corrientes de Foucault). Una corriente parásita se produce cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable.

Al ver físicamente un transformador es evidente que los devanados primario y secundario se encuentran envueltos uno sobre otro, con un devanado de bajo voltaje en la parte interior que se encuentra más cerca del núcleo y su objetivo es simplificar el problema de aislar el devanado de alta tensión desde el núcleo y producir un menor flujo disperso que el que se presentaría si los devanados se colocan separados al núcleo.

Para comprender su funcionamiento se guía del siguiente diagrama donde hay dos bobinas de alambre enrollado alrededor del núcleo y el devanado primario se encuentra conectado a una fuente de potencia de ca, con el devanado secundario que se encuentra abierto [3].

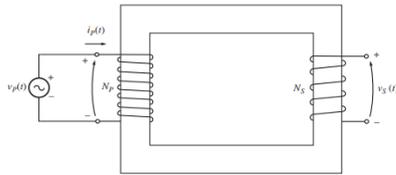


Fig. 3. Representación de un transformador ideal sin carga en el secundario.

Modelar matemáticamente un transformador eléctrico monofásico ofrece varios beneficios y ventajas, especialmente en el análisis, diseño y optimización de su desempeño. Un modelo matemático permite predecir el comportamiento del transformador bajo diferentes condiciones de carga, voltaje y corriente. Esto facilita la evaluación del rendimiento en diversas situaciones sin la necesidad de realizar pruebas físicas. El modelado matemático permite ajustar parámetros clave, como la relación de vueltas en los devanados, la resistencia, la inductancia, y la impedancia de carga, para mejorar la eficiencia del transformador, minimizar pérdidas de energía (por ejemplo, pérdidas por efecto Joule y pérdidas en el núcleo) y optimizar el uso de materiales. A través del modelo matemático se pueden calcular las pérdidas en el núcleo (histéresis y corrientes parásitas) y en los devanados, lo que permite evaluar la eficiencia del transformador y diseñar estrategias para reducir estas pérdidas y mejorar el rendimiento. El modelo permite analizar el comportamiento del transformador durante condiciones transitorias, como sobrecargas, cortocircuitos o cambios bruscos en la carga. Esto ayuda a prever cómo el transformador responderá a estos eventos, facilitando el diseño de medidas de protección adecuadas.

Al tener un modelo matemático preciso, se pueden realizar simulaciones que disminuyen la necesidad de realizar costosas pruebas físicas y repetitivas. Esto permite a los ingenieros identificar posibles mejoras en el diseño antes de la construcción o fabricación de prototipos. Fenómenos como la saturación del núcleo magnético, las corrientes de magnetización o las fugas de flujo pueden ser analizados en detalle mediante modelación matemática, lo que mejora la comprensión del comportamiento interno del transformador. Los modelos matemáticos pueden ser fácilmente incorporados en simulaciones de sistemas eléctricos completos, como redes de distribución o sistemas de energía renovable, para estudiar la interacción del transformador con otros componentes y mejorar el control y la estabilidad del sistema.

Mediante la simulación de diferentes escenarios operativos, se pueden identificar condiciones peligrosas, como sobrecalentamiento o sobrecorrientes, lo que permite el diseño de transformadores más seguros y confiables. Con el análisis matemático, es posible prever cuándo y en qué condiciones el transformador podría requerir mantenimiento, al identificar comportamientos anómalos en el modelo, evitando paradas imprevistas o fallos catastróficos.

Los modelos matemáticos proporcionan una herramienta para estudiantes e ingenieros que permite comprender de manera teórica cómo operan los transformadores y cómo sus

parámetros influyen en su desempeño, sin necesidad de acceso a equipos físicos. En el presente trabajo de investigación se lleva a cabo el modelado matemático de un transformador eléctrico monofásico, empleando diversas leyes físicas conservativas aplicables a los circuitos eléctricos y magnéticos. A partir de las ecuaciones diferenciales derivadas de este proceso de modelado, se construye una simulación mediante diagramas de bloques, la que permite analizar y verificar la respuesta y el funcionamiento de esta máquina eléctrica bajo diferentes condiciones operativas y parámetros de diseño.

II. METODOLOGÍA

El modelado matemático de un transformador eléctrico monofásico se basa en varias leyes fundamentales de la física, los circuitos eléctricos y el electromagnetismo. Estas leyes permiten describir la interacción entre los campos eléctricos y magnéticos en el transformador, así como el comportamiento de las corrientes y voltajes en sus devanados [4].

La ley de Faraday es una ley fundamental para describir cómo se genera el voltaje en los devanados del transformador debido al cambio en el flujo magnético. Establece que la magnitud del voltaje inducido en un conductor es proporcional a la tasa de cambio del flujo magnético que lo atraviesa:

$$e_{ind}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$$

Donde $\lambda(t)$ es el flujo enlazante de la bobina a través de la cual se induce el voltaje $e_{ind}(t)$. El flujo enlazante es la suma del flujo que pasan a través de cada vuelta en todas las vueltas de una bobina.

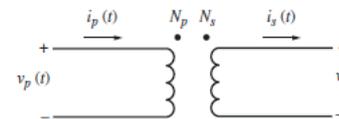


Fig. 4. Esquema de un transformador eléctrico ideal.

La relación de transformación es clave para modelar cómo el transformador ajusta los niveles de voltaje entre el primario y el secundario y se obtiene a partir de la ley de Ampere como [5]:

$$V_1 = N_1 \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad V_2 = N_2 \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

Si se despeja la variación de la densidad de flujo magnético φ en ambas expresiones, se tiene que:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{V_1}{N_1}, \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{V_2}{N_2}$$

Y dado que tanto $\varphi(t)$, como su variación temporal son iguales a lo largo del núcleo de transformador eléctrico se tiene que:

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}$$

De esta expresión se puede obtener la relación de transformación como:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Ahora bien, si se tiene en cuenta que la potencia en el primario y secundario es igual, dada la suposición de que las pérdidas en la máquina eléctrica son cero, dicha potencia se puede representar de acuerdo con las expresiones:

$$P_1 = V_1 * I_1, \quad P_2 = V_2 * I_2$$

$$P_1 = P_2, \quad V_1 * I_1 = V_2 * I_2$$

Por tanto, se tiene que la relación de corrientes es:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

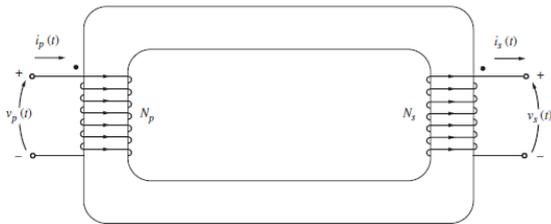


Fig. 5. Representación del transformador eléctrico ideal.

Tenemos que $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ son los flujos de dispersión propio en el primario y secundario, respectivamente.

Bajo esta consideración y bajo el uso de la ley de voltajes de Kirchoff aplicada al circuito eléctrico primario y secundario, se obtiene lo siguiente:

$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{d\lambda_1(t)}{dt} = R_1 I_1 + L_{11} \frac{di_1(t)}{dt} + L_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$L_1 \frac{di(t)}{dt} = \frac{d\lambda_1(t)}{dt}$$

$$V_2 = R_2 I_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} = R_2 I_2 + L_{22} \frac{di_2(t)}{dt} + L_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$L_2 \frac{di(t)}{dt} = \frac{d\lambda_2(t)}{dt}$$

Donde $\lambda_1(t)$ es el flujo enlazante del primario, definido como:

$$\lambda_1(t) = \lambda_{11}(t) + \lambda_{12}(t)$$

$$\lambda_1(t) = L_{11} i_1(t) + L_{12} i_2(t)$$

y $\lambda_2(t)$ es el flujo enlazante del secundario, definido como:

$$\lambda_2(t) = \lambda_{22}(t) + \lambda_{21}(t)$$

$$\lambda_2(t) = L_{22} i_2(t) + L_{21} i_1(t)$$

A partir de estas expresiones, se puede reescribir una forma fasorial asociada con el modelo del transformador monofásico. Para ello, se aplica la transformada de Laplace al conjunto de ecuaciones diferenciales anteriormente obtenidas, considerando que las condiciones iniciales son cero, en donde $s = j\omega$, con frecuencia angular $\omega = 2\pi f$ y f conocida como la frecuencia de la fuente de alimentación en Hertz, por tanto, se tiene:

$$V_1 = (R_1 + j\omega L_{11}) I_1 + j\omega L_{12} I_2$$

$$V_2 = j\omega L_{21} I_1 + (R_2 + j\omega L_{12}) I_2$$

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_{11}, \quad Z_{12} = j\omega L_{12}$$

$$Z_{21} = j\omega L_{21}, \quad Z_{22} = R_2 + j\omega L_{22}$$

Ahora bien, a partir de las expresiones fasoriales anteriores y con el cambio de variable propuesto, es posible representar la dinámica fasorial del transformador eléctrico monofásico en una forma matricial, la cual permite evaluar las corrientes I_1, I_2 de forma fasorial, de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Aplicando la regla de Cramer a dicha representación fasorial, se obtienen las ecuaciones para I_1, I_2 como:

$$I_1 = \frac{V_1 Z_{22} - V_2 Z_{12}}{Z_{11} Z_{22} - Z_{21} Z_{12}}$$

$$I_2 = \frac{V_1 Z_{11} - V_2 Z_{21}}{Z_{11} Z_{22} - Z_{21} Z_{12}}$$

Ahora bien, sí se reescriben las ecuaciones del transformador monofásico en función del flujo de dispersión se tiene lo siguiente:

$$V_1 = R_1 i_1 + \frac{1}{w} \frac{d\varphi_1(t)}{dt}$$

$$V_2' = R_2' i_2' + \frac{1}{w} \frac{d\varphi_2'(t)}{dt}$$

Las ecuaciones anteriores representan a las tensiones de los devanados primario y secundario del transformador, como función de las corrientes y las variaciones de los flujos de dispersión.

El término $\frac{1}{w} \frac{d\varphi(t)}{dt}$ es debido a la inductancia, y representa el cambio del flujo magnético $\varphi(t)$, que afecta el comportamiento de un transformador, en donde:

$$\varphi_1(t) = w\lambda_1(t) = X_1 i_1(t) + \varphi_m(t)$$

$$\varphi_2(t) = w\lambda_2'(t) = X_2' i_2'(t) + \varphi_m(t)$$

En donde las corrientes $i_1(t)$ e $i_2'(t)$ resultan como:

$$i_1(t) = \frac{\varphi_1(t) - \varphi_m(t)}{X_1}$$

$$i_2'(t) = \frac{\varphi_2'(t) - \varphi_m(t)}{X_2'}$$

- $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ definen el flujo magnético en función de las corrientes i_1 e i_2' en los devanados del transformador
- X_1 y X_2' representan las reactancias del primario y secundario, respectivamente.
- $\varphi_m(t)$ es el flujo mutuo entre los devanados primario y secundario debido al acoplamiento magnético. Este es el responsable de la inducción electromagnética que permite el funcionamiento del transformador, siendo el enlace magnético entre los devanados primario y

secundario que asegura la transferencia eficiente de energía entre ellos y se define como:

$$\varphi_m(t) = wL_m(i_1 + i_2') = X_m(i_1 + i_2')$$

En la ecuación anterior se describe el flujo magnético mutuo $\varphi_m(t)$, en donde se tiene la reactancia mutua x_m , la inductancia mutua L_m además de las corrientes y la frecuencia

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = wV_1 - wR_1i_1$$

Se representa $\varphi_1(t)$ que es el flujo magnético en el devanado primario influenciado por la tensión aplicada al devanado primario V_1 , además se tiene que las pérdidas resistivas de caída de tensión son R_2i_1 , con b definido como el coeficiente que indica la proporción de la tensión en el cambio de flujo.

La ecuación siguiente es la derivada del flujo $\varphi_1(t)$ con el componente mutuo:

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = wV_1 - wR_1 \left[\frac{\varphi_1(t) - \varphi_m(t)}{X_1} \right] \quad (1)$$

Luego se representa la derivada del flujo $\varphi_2(t)'$

$$\frac{d\varphi_2(t)'}{dt} = wV_2' - wR_2'i_2'$$

$$\frac{d\varphi_2'(t)}{dt} = wV_2' - wR_2' \left[\frac{\varphi_2'(t) - \varphi_m(t)}{X_2'} \right] \quad (2)$$

Dado $\varphi_m(t)$ en la forma:

$$\varphi_m(t) = X_m(i_1 + i_2')$$

Se sustituyen las corrientes del primario y secundario, como:

$$\varphi_m(t) = X_m \left[\frac{\varphi_1(t) - \varphi_m(t)}{X_1} + \frac{\varphi_2'(t) - \varphi_m(t)}{X_2'} \right]$$

$$\varphi_m(t) = X_m \left[\frac{\varphi_1(t) - \varphi_m(t)}{X_1} + \frac{\varphi_1(t) - \varphi_m(t)}{X_2} \right]$$

$$\varphi_m(t) = \left[\frac{X_m(\varphi_1(t) - \varphi_m(t))}{X_1} + \frac{X_m(\varphi_2'(t) - \varphi_m(t))}{X_2'} \right]$$

Estas ecuaciones describen el comportamiento de un transformador monofásico bajo la influencia de un voltaje en el primario y de los parámetros de construcción de la máquina eléctrica [6].

Dado que las corrientes son en función del flujo mutuo $\varphi_m(t)$, se procede a encontrar la expresión del flujo de dispersión mutuo $\varphi_m(t)$, como función de los flujos de dispersión en el devanado primario y el devanado secundario $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$, respectivamente:

$$\varphi_m(t) = \frac{X_m(\varphi_1(t) - \varphi_m(t))}{X_1} + \frac{X_m(\varphi_2(t) - \varphi_m(t))}{X_2'}$$

$$\varphi_m(t) = \frac{X_2'X_m(\varphi_1(t) - \varphi_m(t)) + X_1X_m(\varphi_2(t) - \varphi_m(t))}{X_1X_2'}$$

$$X_1X_2'\varphi_m(t) = X_2'X_m\varphi_1(t) - X_2'X_m\varphi_m(t) + X_1X_m\varphi_2(t) - X_1X_m\varphi_m(t)$$

$$X_1X_2'\varphi_m(t) + X_2'X_m\varphi_m(t) + X_1X_m\varphi_m(t) = X_2'X_m\varphi_1(t) + X_1X_m\varphi_2(t)$$

$$\begin{aligned} \varphi_m(t)(X_1X_2' + X_2'X_m + X_1X_m) \\ = X_2'X_m\varphi_1(t) + X_1X_m\varphi_2(t) \end{aligned}$$

De esta manera si tiene que el flujo de dispersión mutuo $\varphi_m(t)$ es:

$$\varphi_m(t) = \frac{X_2'X_m\varphi_2(t) + X_1X_m\varphi_1(t)}{X_1X_2' + X_2'X_m + X_1X_m} \quad (3)$$

Este conjunto de ecuaciones describe el comportamiento del transformador monofásico, como función de los flujos de dispersión y mutuo, a partir de los cuales es posible reconstruir la corriente del primario y secundario. El modelo matemático de un transformador monofásico, considerando los flujos de dispersión y sus derivadas, presenta varias características y virtudes que son fundamentales para el análisis y la comprensión del comportamiento del transformador. Al integrar aspectos electromagnéticos y eléctricos, este modelo se convierte en una herramienta esencial para el diseño, la simulación y el control de transformadores en diversas aplicaciones [7].

En un transformador, las tensiones inducidas en los devanados primario y secundario dependen directamente de la variación del flujo mutuo $\varphi_m(t)$ a lo largo del tiempo, según la ley de Faraday. Incluir $\varphi_m(t)$ permite que el modelo matemático prediga con mayor precisión los voltajes inducidos en los devanados bajo diferentes condiciones operativas. Esto es crucial para obtener las relaciones de transformación correctas entre el primario y el secundario, así como para evaluar el comportamiento bajo diferentes cargas y variaciones de la corriente.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se ha observado a lo largo de la sección anterior, el modelo matemático de un transformador eléctrico monofásico implica el uso de varias leyes físicas clave que abarcan el electromagnetismo, los circuitos eléctricos y el comportamiento de los materiales magnéticos. Estas leyes permiten describir de manera precisa tanto el comportamiento eléctrico como el magnético del transformador, ayudando a entender y optimizar su funcionamiento.

Simular el modelo matemático de un transformador eléctrico monofásico ofrece numerosos beneficios y ventajas, especialmente en el contexto del diseño, análisis y optimización de su funcionamiento. A partir de la simulación del modelo matemático de un transformador monofásico es posible el análisis, optimización, mejora de la seguridad y reducir costos. Permite a los ingenieros mejorar el diseño, prever posibles problemas y asegurar el correcto funcionamiento del transformador en condiciones reales, todo de manera más eficiente y rápida que con pruebas físicas tradicionales. Al integrar el flujo mutuo en el modelo matemático del transformador monofásico, se puede analizar la eficiencia del acoplamiento magnético en el núcleo. Esto permite evaluar el diseño del núcleo y ajustar sus características, como la geometría y el material, para maximizar el flujo mutuo y minimizar las pérdidas por dispersión, lo que resulta en un diseño más eficiente. En este contexto, El flujo mutuo es clave en la simulación de fenómenos transitorios, como el encendido del transformador

o su operación durante cambios súbitos en las condiciones de carga. Al incluir el flujo mutuo, el modelo matemático puede prever de manera más realista el comportamiento del transformador en situaciones donde los flujos magnéticos cambian rápidamente.

A partir de las ecuaciones (1), (2) y (3) se construye un modelo en forma de máquina analógica, que se resuelven por medio de integradores a partir de bloques, tal como se observa en la Figura (6).

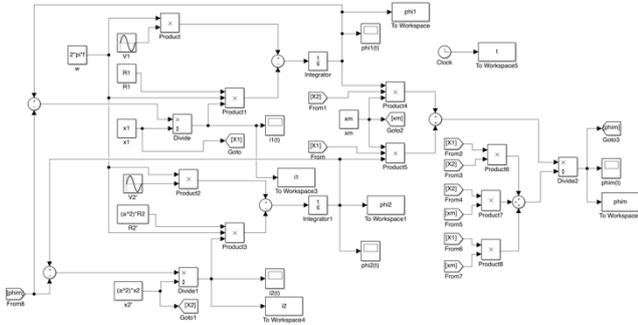


Fig. 6. Diagrama de bloques del modelo del transformador monofásico.

Para definir los parámetros del transformador, se construye una interfaz en línea de comando de MATLAB que asigna las magnitudes correspondientes a los parámetros de transformador monofásico. A través de la simulación del modelo matemático del transformador monofásico es posible conocer la corriente en el secundario, así como los flujos de dispersión en la máquina.

A continuación, se describen los parámetros junto con las magnitudes correspondientes utilizadas e introducidas en la simulación del modelo del transformador monofásico. Cada uno de estos valores es importante y juega un papel fundamental en cómo funciona y cuán eficiente es el transformador bajo distintas condiciones de diseño y construcción (parámetros).

- **Resistencia del Primario** $R_1 = 0.25 \Omega$: La resistencia del devanado primario afecta la pérdida de energía en forma de calor. Un valor bajo generalmente indica una menor pérdida por temperatura, mejorando la eficiencia del transformador.
- **Resistencia del Secundario** $R_2 = 0.134 \Omega$: Similar a la resistencia del primario, una resistencia baja en el secundario es crucial para minimizar pérdidas y maximizar la transferencia de energía al lado de carga.
- **Reactancia del Primario** $X_1 = 0.0156 \Omega$: La reactancia del primario es relevante para el cálculo de la impedancia total del devanado. Esto impacta en la regulación de voltaje y en el comportamiento del transformador ante cambios en la carga.
- **Reactancia del Secundario** $X_2 = 0.0156 \Omega$: Al igual que la reactancia del primario, influye en la impedancia del transformador. Un conocimiento preciso de este valor es vital para el diseño de circuitos que emplean el transformador.
- **Reactancia Mutua** $X_m = 0.028 \Omega$: La reactancia mutua determina cómo interactúan los devanados entre sí. Un valor adecuado mejora la transferencia de energía y la estabilidad del sistema.

- **Número de Vueltas del Devanado Primario** $N_1 = 1000$: Este parámetro es clave para calcular la relación de transformación y la inducción electromagnética. Un número mayor de vueltas generalmente significa un aumento en el voltaje del lado secundario.
- **Número de Vueltas del Devanado Secundario** $N_2 = 2000$: Al igual que el primario, influye en la relación de transformación. Un mayor número de vueltas en el secundario resulta en un voltaje más alto.
- **Voltaje del Primario** $V_1 = 10000$ Este valor es fundamental para determinar el voltaje de salida en el secundario. Conocer este voltaje permite evaluar la capacidad de carga del transformador.
- **Frecuencia de Forma de Onda del Primario** $f = 60\text{Hz}$: La frecuencia afecta la reactancia y, por ende, el rendimiento general del transformador. A 60 Hz, el transformador se optimiza para la mayoría de las aplicaciones industriales.
- **Número de Ciclos por graficar (5)**: Graficar múltiples ciclos permite observar el comportamiento del transformador en condiciones dinámicas, lo que es esencial para el análisis de su rendimiento a lo largo del tiempo.

Estos parámetros son clave para entender cómo se comporta el transformador. Pues a partir de ellos es posible calcular las pérdidas de energía, determinar cómo se transforma el voltaje y evaluar su eficiencia. Al manejar valores reales, es posible hacer simulaciones precisas, lo que garantiza una aproximación del funcionamiento del transformador en diferentes situaciones eléctricas.

Al definir en la interfaz de la simulación los parámetros del transformador mencionados anteriormente se obtiene la Figura (7), que corresponde a la corriente en el primario del transformador monofásico. La corriente alterna en el primario genera un flujo magnético alternante en el núcleo del transformador, lo cual es esencial para la inducción electromagnética en el secundario. La frecuencia de la corriente en el primario es la misma que la de la fuente de alimentación, es decir, 60Hz.

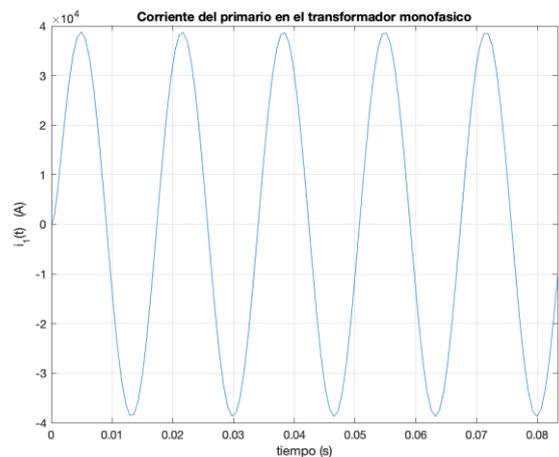


Fig. 7. Corriente del primario en el transformador monofásico.

Esta corriente presenta una amplitud cercana a los 39.5kA, asociada con la relación de transformación de la máquina.

Por otra parte, en la Figura (9) se presenta la corriente en el secundario. La frecuencia de la corriente en el secundario es la misma que la de la corriente en el primario y que la de la fuente de alimentación, es decir 60Hz. La magnitud de la corriente en el secundario depende de la carga conectada. A medida que se incrementa la demanda de energía por parte de la carga (por ejemplo, un motor, una resistencia o un equipo eléctrico), la corriente en el secundario aumenta proporcionalmente. Si no hay carga conectada al secundario, la corriente es prácticamente nula.

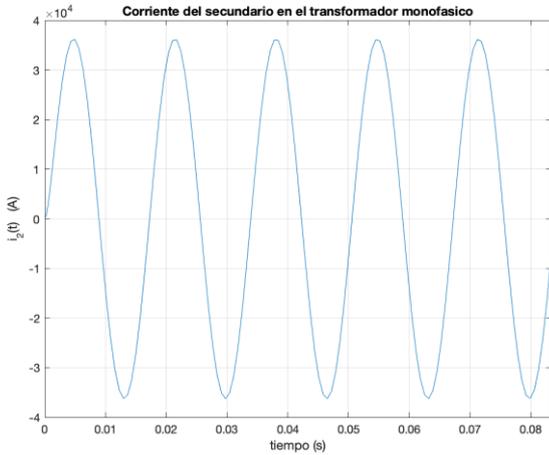


Fig. 8. Corriente del secundario en el transformador monofásico.

Para el caso de la corriente en el secundario, se aprecia en la Figura (8), que su amplitud está por debajo de los 35kA, que es menor a la corriente del primario. Este par de figuras permiten apreciar la relación de transformación en la corriente.

Finalmente, en la Figura (9), se presentan los flujos de dispersión, tanto en el primario y secundario, como en flujo mutuo.

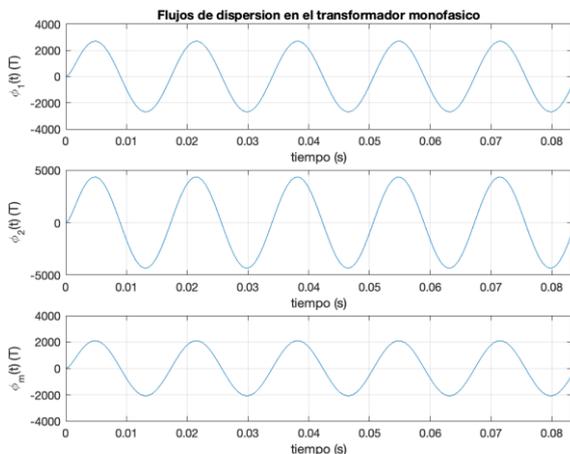


Fig. 9. Flujos de dispersión.

Las dos primeras curvas corresponden a los flujos de dispersión en el primario y secundario, $\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$, respectivamente con valores aproximados de 2200 y 4800 Teslas. El flujo de dispersión en el transformador, tanto en el primario como en el secundario, es una porción del flujo magnético que no se acopla de manera efectiva entre los dos devanados del transformador (primario y secundario). Este

flujo no contribuye al proceso de transferencia de energía entre los devanados y es una de las causas de ineficiencia en el funcionamiento del transformador. Y para el presente caso, permite caracterizar y dar solución al modelo matemático del transformador monofásico.

La frecuencia en los flujos de dispersión en el primario y el secundario es la misma que la frecuencia de la fuente de alimentación, es decir, 60Hz, porque estos flujos dependen directamente de las corrientes alternas que circulan en los devanados.

La última curva presente en la Figura (9) corresponde al flujo de dispersión mutuo $\phi_m(t)$, que presenta una magnitud aproximada a los 2000 Teslas. El flujo de dispersión mutuo en un transformador se refiere a la parte del flujo magnético generado por uno de los devanados (primario o secundario) que se enlaza parcialmente con el otro devanado, pero no contribuye completamente a la transferencia de energía entre ambos. A diferencia del flujo de dispersión puro, que se dispersa completamente sin acoplarse al otro devanado, el flujo de dispersión mutuo tiene un grado de acoplamiento incompleto. El flujo de dispersión mutuo es esencial en el modelo matemático del transformador monofásico, pues a partir de este es posible construir matemáticamente los flujos de dispersión en el primario y secundario, y en consecuencia las corrientes eléctricas correspondientes.

IV. CONCLUSIONES

El estudio del transformador monofásico permite una comprensión puntual de su comportamiento electromagnético y eléctrico destacando cómo las variables físicas y de diseño impactan en su eficiencia operativa. La simulación numérica realizada ha demostrado ser una herramienta importante para evaluar el impacto de parámetros como las resistencias, las reactancias y el número de vueltas en los devanados, comprobando la importancia de mantener valores óptimos para minimizar pérdidas y maximizar la eficiencia energética. En particular, se subraya la relevancia del flujo de dispersión mutuo para asegurar una transferencia de energía efectiva entre los devanados, contribuyendo al rendimiento general del sistema. Este análisis no solo refuerza la comprensión teórica de los conceptos a veces abstractos que involucra el funcionamiento del transformador, sino que también ofrece una guía práctica para mejorar su diseño y operación en aplicaciones eléctricas reales. Los resultados obtenidos permiten concluir que la simulación proporciona una plataforma segura para evaluar y mejorar el desempeño del transformador en condiciones dinámicas, contribuyendo a la optimización de sistemas eléctricos modernos.

Agradecimientos: Los autores agradecen al Tecnológico Nacional de México Campus Pachuca por facilitar los espacios para la realización de las simulaciones, procedimientos y cálculos asociadas con este trabajo de investigación.

REFERENCIAS.

[1] Boylestad, Robert L. Introducción al análisis de circuitos. Decimosegunda edición. PEARSON EDUCACIÓN, México, 2011.

- [2] Dennis G. Zill y Carol D. ECUACIONES. DIFERENCIALES con aplicaciones de modelado 11 a. edición Año: 2018.
- [3] E. A. Guillemin. Editorial Revertó S.A. INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE LOS CIRCUITOS Año : 1993.
- [4] S. J. Chapman, *Máquinas Eléctricas*, 5ª ed. México: McGraw-Hill, 2012.
- [5] Kosow, I. L. (2021). Máquinas eléctricas y transformadores. Reverté.
- [6] Fraile Mora, J. (2008). Máquinas eléctricas.
- [7] Grainger, J. J. (1999). Power system analysis. McGraw-Hill.