

Control Óptimo de Temperatura para Espacios Cerrados: Resultados Experimentales

Calderón López Jared Vladimir
Escuela de Ingeniería
Universidad La Salle Pachuca
Pachuca, México
jared.calderon@lasallep.mx

Rodríguez Pérez Francisca Alicia
Departamento de ingeniería y
tecnología, Facultad de Estudios
Superiores Cuautitlán
Universidad Nacional Autónoma de
México
Ciudad de México, México
ical_alicia@hotmail.com

Ordaz Oliver Mario Oscar
Escuela de Ingeniería
Universidad La Salle Pachuca
Pachuca, México
mordaz@lasallep.mx

Montiel Hernández Justo Fabián
Escuela Superior Ciudad Sahagún
Universidad Autónoma del Estado de
Hidalgo
Cd. Sahagún, México
justo_montiel@uaeh.edu.mx

Ordaz Oliver Jesús Patricio
Centro de Investigación en
Tecnologías de Información y Sistemas
Universidad Autónoma del Estado de
Hidalgo

Hidalgo, México
jesus_ordaz@uaeh.edu.mx
Martínez Ramírez Williams de Jesús
Escuela de Ingeniería
Universidad La Salle Pachuca
Pachuca Hidalgo, México
williams.martinez@lasallep.mx

Resumen—Los sistemas que incorporan control de temperatura tienen amplias aplicaciones en diversas actividades humanas, como la refrigeración y la fundición. Estas aplicaciones tienen una importancia significativa ya que garantizan la calidad del producto y los procesos de producción. Sin embargo, su implementación conlleva un consumo energético considerable. El objetivo de este proyecto es implementar un esquema de control óptimo para regular la temperatura de un recinto cerrado, buscando minimizar un índice de desempeño cuadrático y así asegurar una reducción en el consumo de energía durante el proceso.

Palabras clave— Control óptimo, índice de desempeño, temperatura, consumo de energía, recinto de volumen finito.

I. INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la ingeniería y la energía asequible, garantizar el confort térmico de los ocupantes y promover la eficiencia energética en el uso de recursos son aspectos de vital importancia. El control de temperatura de recintos de volumen finito requiere de un enfoque riguroso de la ingeniería de control. Varios factores influyen en el comportamiento térmico de un espacio cerrado, como la geometría de la sala, las propiedades térmicas de los materiales utilizados en su construcción, la radiación térmica, como las fuentes internas de calor y los sistemas de climatización implementados. En primer lugar, resulta fundamental comprender los principios básicos de transferencia de calor. Los modos de transferencia de calor más relevantes en el contexto del control de temperatura son la conducción, la convección y la radiación. La conducción se refiere a la transferencia de calor a través de un medio sólido, la convección implica el intercambio de calor entre un fluido y una superficie, y la radiación se basa en la emisión y absorción de energía térmica en forma de ondas electromagnéticas [1]. Para lograr un control preciso de la temperatura, es necesario considerar el equilibrio térmico entre el sistema y su entorno, así como la distribución espacial de la temperatura en el recinto. Esto implica la aplicación de técnicas de modelado y simulación numérica que permiten analizar el comportamiento térmico del espacio en función de las condiciones ambientales y las características propias de los materiales utilizados en su construcción. El diseño adecuado de los sistemas de climatización desempeña un papel

fundamental en el control de temperatura. Estos sistemas pueden incluir dispositivos como acondicionadores de aire, sistemas de calefacción radiante, ventilación forzada, entre otros. La selección y dimensionamiento adecuados de estos dispositivos dependen de diversos factores, tales como el tamaño del recinto, la carga térmica generada interna y externamente, así como los requerimientos específicos de temperatura. Por esta razón, la revisión de la literatura asociada con el control de temperatura de hornos y recintos de volumen finito es un tema medular. En esta sección se abordan los resultados más relevantes que están asociados con los objetivos y alcances establecidos para esta investigación.

En la industria alimenticia, el control de temperatura es fundamental para reducir o evitar el riesgo de proliferación de bacterias dañinas para la salud. En la industria farmacéutica, el control de temperatura ayuda a evitar la propagación de agentes patógenos en los medicamentos o que los mismos se dañen antes de su fecha de expiración. En las industrias gasíferas y petroleras, el control térmico es importante para evitar accidentes laborales y brindar un óptimo servicio [2].

En [3], se busca la aplicación de la capacidad térmica en espacios limitados con el propósito de mitigar los costos operativos, esto a través de un control dinámico del entorno. La variación óptima de las temperaturas en diferentes zonas puede disminuir los gastos energéticos y reducir las demandas en horas pico. Cabe destacar que los ahorros obtenidos están condicionados por diversos factores, como pueden ser los siguientes:

- La estructura de tarifas de servicios públicos.
- Las características de carga parcial de la planta de enfriamiento y el sistema de manejo de aire.
- El clima.
- El horario de ocupación.
- La capacidad térmica del edificio.

Tomando en cuenta estos factores, dicha investigación da pie a explorar la capacidad de ajuste de un sistema de control dinámico aplicado a edificios para el control térmico, mostrando cómo a través de la aplicación de técnicas de

optimización es posible lograr notables reducciones en el gasto energético.

También en [4] se aborda la trascendencia de los intercambiadores de calor, su aplicación en una variedad de contextos y la predominante necesidad de ejercer control sobre su operatividad. Se plantea la proposición de desarrollar estrategias de control avanzado, destinados a intercambiadores específicos. Por lo cual, se examina el modelado dinámico de sistemas mediante modelos caja blanca y ARMAX. Se abordan limitaciones en control y optimización. Dichas propuestas tienen como objetivo mejorar el control y reducir oscilaciones.

En [5], se demuestran que al implementar técnicas tales como la termografía, el diseño asistido por computadora y los métodos de elementos finitos, es posible analizar sistemas de climatización y proponer mejoras en los sistemas de refrigeración, no obstante, se investiga los resultados en los cuales aunque la termografía, la simulación con software como Trnsys y el método de los elementos finitos (MEF) son valiosas herramientas, pero por sí solas son insuficientes para una caracterización exhaustiva de sistemas de climatización. En este trabajo se destaca la necesidad de enfoques complementarios para lograr una evaluación más completa.

En el estudio llevado a cabo por [6], se aborda el diseño de sistemas de retroalimentación en la teoría de control y la estimación del flujo de calor. Se emplean métodos de elementos finitos, controladores PID y regulación lineal mediante retroalimentación de estados. Sin embargo, se analiza el mismo principio de control de temperatura, aunque se enfoca principalmente en invernaderos donde no se realiza la medición del flujo de calor. Se introduce la propuesta de un observador como herramienta complementaria.

Por otro lado, en [7], a diferencia de investigadores previos, se lleva a cabo la implementación de un sistema de control que consigue una regulación óptima de la temperatura en un invernadero. Esto se logra mediante la utilización de un modelo matemático integral, especialmente ajustado para adecuarse a las condiciones específicas del entorno, en dicho invernadero se implementa un control óptimo, aplicándolo a un modelo específico de la región. Esta ley de control, al ser implementada, no solo aumentó la producción en los invernaderos, sino que también logró una optimización eficiente del consumo energético. Dichos resultados demuestran un enfoque prometedor para su implementación en futuras y diversas aplicaciones.

En investigaciones sobre hidrometalurgia no ferrosa,[8], destaca que la electrodeposición representa un proceso crítico caracterizado por un elevado consumo de energía. La eficiencia actual y la temperatura del electrolito emergen como factores cruciales para su funcionamiento. Sin embargo, el control óptimo de la temperatura del electrolito enfrenta desafíos debido a la complejidad del proceso y las fluctuaciones en las variables. Se propone un enfoque que utiliza una red causal temporal y aprendizaje por refuerzo (RL) para optimizar la temperatura del electrolito bajo diversas condiciones de trabajo. Un estudio de caso con electrodeposición de zinc confirma la efectividad de este método para mantener la temperatura del electrolito en el rango óptimo sin necesidad de modelos complejos

Por otro lado, en [9], se estudió el mejorar la seguridad y el rendimiento de circuitos electrónicos en áreas peligrosas donde se presenta una alta probabilidad de muerte. Donde los

autores, utilizando el concepto de optimización convexa no lineal para hallar el punto de operación óptimo de transistores (BJT o MOSFET) teniendo en cuenta la temperatura superficial máxima y la corriente nominal. Esto asegura un funcionamiento seguro y eficiente en diversas condiciones de temperatura y carga. Se emplea el método Karush-Kuhn-Tucker para resolver el problema y se propone un algoritmo para minimizar la temperatura superficial mientras se mantienen los niveles de tensión y corriente necesarios.

El estudio de [10], presenta distintos métodos de optimización combinatoria, específicamente métodos heurísticos utilizados para encontrar soluciones eficientes al ajuste de parámetros de un controlador proporcional derivativo aplicado al control de temperatura. En dicho trabajo, se introduce la simulación de un sistema de control, en la que un algoritmo iterativo encuentra las ganancias del controlador que minimizan la variable de error de temperatura en un número finito de iteraciones.

En el trabajo [11] se plantea el uso de un regulador cuadrático lineal y un control proporcional integral derivativo PID para regular la temperatura de un horno, en el cual plantean un modelo matemático de segundo orden para la planta en cuestión y establecen un estudio comparativo con las curvas de respuestas del sistema bajo las mencionadas acciones de control. Dicho trabajo se limita a presentar los resultados obtenidos de un proceso de simulación, en donde el modelo matemático del horno se retoma de [12]. En el trabajo desarrollado por [13], el modelo matemático de la planta se propone arbitrariamente, sin ser obtenido de un proceso de identificación como se realiza en el presente trabajo.

En la investigación [14], se aborda el problema de control óptimo para sistemas con retardos. En el cual se propone un método que permite encontrar la forma de la funcional de Bellman asociada al problema del control óptimo de horizonte infinito para sistemas lineales con retardo y un índice de desempeño cuadrático empleando el enfoque de Programación. Los resultados de dicha investigación se valúan experimentalmente en una cámara térmica con el uso de la tarjeta de adquisición de datos NI USB-6009, con el uso del programa LABVIEW.

Esta investigación propone analizar y gestionar el rendimiento energético óptimo en la regulación la temperatura de espacios cerrados. Para ello, en la sección 2, se exploran los principios del comportamiento térmico en entornos cerrados y se define el conjunto de conceptos básicos necesarios en esta investigación. Posteriormente en la Sección 3, se presentan los detalles asociados con la construcción de la plataforma experimental y la obtención de su dinámica, utilizando el algoritmo de Gauss-Newton. Por otra parte, en la Sección 4, se presenta el diseño del regulador cuadrático lineal y se describe de forma general la naturaleza del controlador PID. Posteriormente, en la Sección 5 se presentan los resultados de la implementación de ambos controladores, así como las condiciones para dicha validación experimental. En esta sección, se presenta un estudio comparativo de desempeño basado en una serie de índices de desempeño sujetos a la variable de error. Finalmente, en la Sección 6, se dan las conclusiones derivadas de este trabajo.

II. CONCEPTOS BÁSICOS

A. Establecer el Regulador cuadrático lineal

El control óptimo se concibe como una disciplina que busca determinar de manera precisa y matemáticamente fundamentada el mejor método para regular un sistema dinámico. El objetivo principal en el contexto del Regulador cuadrático lineal Aplicado a la Temperatura en Recintos de Volumen Finito es minimizar o maximizar un criterio específico, como, por ejemplo, la eficiencia energética [15].

B. Analizar el Sistema Dinámico

Un sistema dinámico se define como una entidad que experimenta cambios en el tiempo, en el cual las variables de interés evolucionan en respuesta a las entradas y condiciones iniciales. En este contexto, el sistema dinámico corresponde al recinto de volumen finito, en el cual la temperatura varía de manera temporal y es influenciada por las acciones de control tomadas [16].

C. Considerar la Temperatura en Recintos de Volumen Finito

Se hace referencia a la medida de calor presente en un espacio confinado con una capacidad limitada. Los recintos de volumen finito abarcan entornos como habitaciones, edificios, cámaras, entre otros. En este ámbito, se busca controlar la temperatura de forma óptima dentro del recinto [17].

D. Ejecutar el Control de Temperatura

Consiste en tomar medidas con el propósito de regular y mantener la temperatura dentro de un rango deseado. En este caso, el control de temperatura se enfoca en emplear técnicas de regulador cuadrático lineal para ajustar y controlar las variables del sistema, con el fin de lograr un control eficiente de la temperatura en el recinto de volumen finito [18].

III. CONSTRUCCIÓN DE LA PLATAFORMA EXPERIMENTAL

Se construyó una plataforma experimental en forma de cubo de MDF de 9 mm de grosor utilizando corte láser, elegido por su aislamiento térmico y facilidad de manipulación. La plataforma tiene un área total de 96.4 cm² con aberturas para alojar un ventilador, un foco de 40 watts y un sensor de temperatura LM35.

El foco genera calor para simular una fuente térmica y se controla para crear un gradiente térmico. En lo que respecta a la generación de calor, se implementó un conjunto de dispositivos de suma importancia para la medición y actuación en el funcionamiento de la plataforma. Específicamente, en una de las caras de la plataforma, se ha ubicado estratégicamente un sensor analógico de temperatura LM35.

Esta ubicación se ha seleccionado cuidadosamente, colocándolo en una posición opuesta a la del actuador térmico. El LM35, al ser un componente de alta precisión, desempeña un rol crítico al proporcionar mediciones altamente fiables de la temperatura interna del recinto experimental.

Se implementa un puente H modelo L298N para controlar la velocidad del ventilador y simultáneamente el foco, permitiendo un control preciso de ambos actuadores. Inicialmente se conectan las tierras comunes tanto hacia el Arduino como hacia la fuente de voltaje, asegurando así una referencia común de tierra.

Se garantiza la corriente necesaria en el ventilador con el uso del puente H L298N, mismo que se conecta entre la salida del Arduino y el ventilador.

A. Identificación del modelo matemático

Se emplea el algoritmo Gauss-Newton para identificar el modelo matemático del sistema. Este método iterativo se utiliza en ingeniería de control y optimización numérica para la estimación de los parámetros del modelo que se ajusten mejor a datos experimentales, reduciendo la discrepancia entre observaciones y predicciones del modelo.

El proceso iterativo del algoritmo de Gauss-Newton se inicia con una estimación inicial de los parámetros del modelo, representados por el vector θ . A través de iteraciones sucesivas, se ajustan los parámetros para minimizar el error cuadrático entre las observaciones experimentales y las predicciones del modelo $f(x_i, \theta)$. Esto se logra mediante la actualización del vector de parámetros en cada iteración, como se muestra a continuación:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - (J_k^T J_k)^{-1} J_k^T r_k, \quad (1)$$

Donde: θ_k es el vector de parámetros en la interacción k , J_k es la matriz jacobiana del modelo evaluado en θ_k y r_k es el vector de residuos entre las observaciones y las predicciones del modelo en la interacción k . Este algoritmo es clave en la identificación de parámetros de modelos a partir de datos experimentales, esencial en la optimización y ajuste de sistemas de control y modelización de sistemas dinámicos.

Se basa en inicializar valores, calcular residuos y el Jacobiano, actualizando parámetros en cada iteración hasta converger. En este estudio, se ajustaron parámetros de un modelo matemático de un aerogenerador con el algoritmo de Gauss-Newton. Se compararon datos experimentales con predicciones del modelo ajustado y se evaluó el ajuste mediante coeficiente de correlación [17].

Después del proceso de identificación y ajuste de parámetros, el modelo matemático seleccionado demostró una alta correlación con los datos experimentales y un ajuste significativo a las respuestas del sistema, alcanzando un valor de correlación del 94.45 %. Mediante la aplicación del algoritmo de Gauss-Newton a los datos experimentales que representan la respuesta a una entrada de escalón, se procede a la estimación del modelo matemático del sistema [19]. Este modelo se identifica como una función de transferencia de segundo orden que presenta polos sub amortiguados en la siguiente configuración:

$$G(s) = \frac{k}{T_\omega^2 s^2 + 2\zeta T_\omega s + 1} \quad (2)$$

Donde: K es el numerador de la función de transferencia (que indica que dicha función no cuenta con ceros), T_ω es la frecuencia natural no amortiguada, ζ es el coeficiente de amortiguamiento y s representa la variable compleja s en el dominio de Laplace [19]. Los parámetros identificados en el algoritmo de Gauss-Newton definidos como $K = 2.9394$, $T_\omega = 95.067$ y $\zeta = 0.3913$.

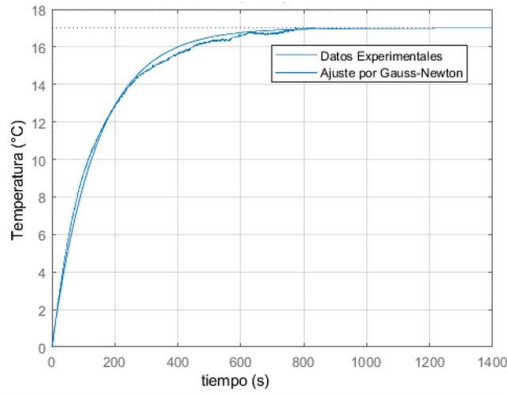


Fig. 1. Modelo de segundo orden

La figura (1) muestra un alto coeficiente de correlación entre el modelo identificado y los datos experimentales, lo que garantiza que el modelo refleja de manera consistente el comportamiento de la plataforma experimental bajo leyes de control validadas numéricamente. Se realizó una comparación entre el controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) y el LQR (Linear Quadratic Regulator) en el contexto de aplicaciones de control moderno, utilizando el cálculo variacional para determinar el regulador cuadrático lineal.

IV. ESQUEMA DE CONTROL

Considerando un sistema lineal invariante en el tiempo en su forma estándar en el espacio de estados.

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \end{aligned} \quad (3)$$

En donde $x \in \mathbb{R}^2$ es el vector de estado, $y \in \mathbb{R}$ es el vector de salidas, $u \in \mathbb{R}$ es el vector de señales de control, $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^2$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ y $D \in \mathbb{R}$ se relacionan con la dinámica del sistema [20]. Se desea hallar el control $u(t)$ que minimice el consumo de energía y que este sujeto al índice de desempeño:

$$J(x(t), u(t)) = \int_0^{\infty} x^T(t) Qx(t) + u^T(t) Ru(t) dt \quad (4)$$

Donde $Q > 0$ y $R > 0$ son matrices de dimensiones adecuadas que penalizan la convergencia del estado y el consumo de energía, respectivamente y satisfacen una ecuación algebraica de Riccati [20]. Dada la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, que se escribe como:

$$\frac{dV_B(x(t))}{dt} \Big|_{\dot{x}(t)} + D(x(t), u(t)) = 0 \quad (5)$$

En donde $D(x(t), u(t))$ es el integrando del índice de desempeño y $V_B(x(t))$ se conoce como función de Bellman. Ahora bien, se propone una función de Bellman con forma cuadrática como:

$$V_B(x(t)) = x^T(t) Px(t) \quad (6)$$

En donde su derivada temporal resulta de la siguiente manera:

$$\frac{dV_B(x(t), u(t))}{dt} = \dot{x}^T(t) Px(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) \quad (7)$$

Y sustituyendo dicha derivada en la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, se tiene:

$$\frac{dV_B(x(t), u(t))}{dt} = \dot{x}^T(t) Px(t) + x^T(t) P \dot{x}(t). \quad (8)$$

Por tanto, al evaluarse esta ecuación en las trayectorias del sistema (3), se tiene que:

$$(x^T(t) A^T + u^T(t) B^T) Px(t) + x^T(t) P (Ax(t) + Bu(t)) + D(x(t), u(t)) = 0 \quad (9)$$

que puede ser reescrita como:

$$x^T(t) A^T Px(t) + u^T(t) B^T Px(t) + x^T(t) P Ax(t) + x^T(t) P Bu(t) + D(x(t), u(t)) = 0 \quad (10)$$

De la cual se sustituye que $D(x(t), u(t)) = x^T(t) Qx(t) + u^T(t) Ru(t)$ y se tiene que:

$$\begin{aligned} x^T(t) A^T Px(t) + u^T(t) B^T Px(t) + x^T(t) P Ax(t) \\ + x^T(t) P Bu(t) + x^T(t) Qx(t) \\ + u^T(t) Ru(t) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Al observar con detalle esta ecuación, es claro que puede ser minimizada respecto al control $u(t)$, de modo que el problema se escribe como:

$$\min_{u(t)} \{x^T(t) A^T Px(t) + u^T(t) B^T Px(t) + x^T(t) P Ax(t) + x^T(t) P Bu(t) + x^T(t) Qx(t) + u^T(t) Ru(t) = 0\} \quad (12)$$

El proceso de minimización puede ser obtenido mediante la derivada parcial de esta ecuación, con respecto a $u(t)$, de modo que esto conduce a:

$$B^T Px(t) + x^T(t) PB + Ru(t) + u^T(t) R = 0. \quad (13)$$

Dicha ecuación es dimensionalmente escalar y por tanto se simplifica como:

$$2B^T Px(t) + 2Ru(t) = 0 \quad (14)$$

de esta ecuación es posible obtener el control $u(t)$, sujeto al índice de desempeño (4) como:

$$u(t) = -R^{-1} B^T Px(t) \quad (15)$$

Y a la vez garantizar que dicho control minimiza el índice de desempeño, pues de la segunda derivada parcial de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman resulta que:

$$2B^T Px(t) > 0. \quad (16)$$

Es evidente que este control tiene la forma de una realimentación de estados de la forma:

$$u(t) = kx(t). \quad (17)$$

Donde $k = -R^{-1} B^T P$ y la matriz $P = P^T > 0$ satisface la ecuación de Lyapunov, de modo que es posible garantizar la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado con el control $u(t)$.

Por otra parte, el control analógico está en declive debido al predominio de métodos de control digital. Sin embargo, el enfoque de control PID analógico ha demostrado ser efectivo en sistemas industriales durante más de medio siglo. El control PID digital utiliza tres acciones: proporcional, integral y derivativa para ajustar la salida en función del error, la integral del error y la derivada del error. A pesar del crecimiento de los sistemas digitales, el enfoque PID analógico sigue siendo relevante y efectivo en muchas aplicaciones industriales, incluso en el control de múltiples plantas con un solo dispositivo digital. La configuración del control PID en sistemas analógicos se define mediante un conjunto de parámetros y ecuaciones que regulan el comportamiento del proceso controlado

$$m(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (8)$$

La ecuación (3) que describe la función de transferencia en forma de pulso del controlador PID digital suele ser referida como la representación posicional del esquema de control PID de la forma [21]:

$$G_D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = k_p + \frac{k_i}{1-z^{-1}} + k_d(1-z^{-1}) \quad (9)$$

V. RESULTADOS

Para el análisis experimental, se realizó una tarea de regulación en donde la temperatura deseada $T_{des} = 51 \text{ }^\circ\text{C}$ bajo las acciones de control (7) y (9). En donde:

$$Q = \begin{bmatrix} 925.1 & 0 \\ 0 & 47.42 \end{bmatrix}, R = 0.2 \text{ y la matriz}$$

$P = \begin{bmatrix} 13.1437 & 3.0742 \\ 3.0742 & 210.2774 \end{bmatrix}$, para el control LQR que satisfacen a una ecuación algebraica de Riccati y minimizan el índice de desempeño (4). Y las ganancias de control PID resultan como: $K_p = 64.5$, $K_d = 28.4$ y $K_i = 22.7$, del proceso de asignación de polos.[22] A continuación, se presentan las gráficas de temperatura y error de ambos experimentos:

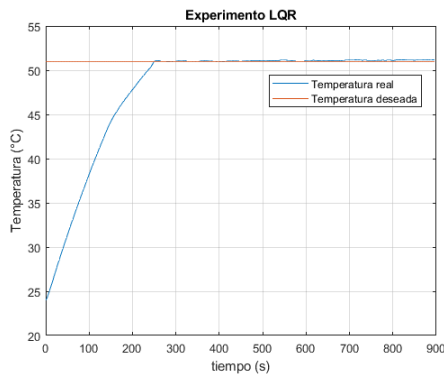


Fig. 2. Temperatura medida, control LQR

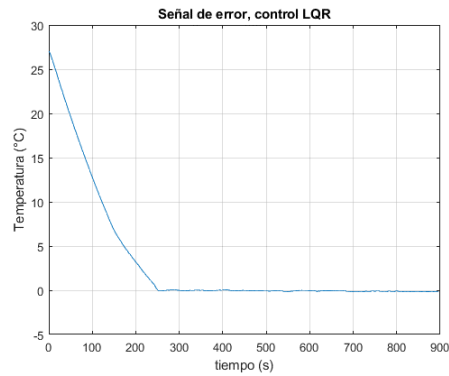


Fig. 3. Señal de error, control LQR

Un ejemplo de estos experimentos se puede observar en el video del siguiente enlace: <https://youtu.be/fj9UGhSuoY4> De manera similar, se presenta a continuación un conjunto de índices de desempeño basados en el error, mismos que permiten conocer en términos numéricos el rendimiento, consumo de energía y eficiencia de las leyes de control implementadas [23].

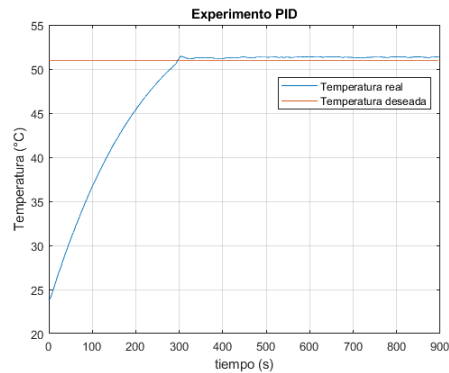


Fig. 4. Temperatura medida, control PID

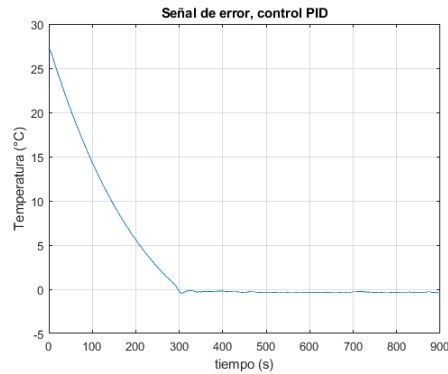


Fig. 5. Señal de error, control PID

A. Integral del valor absoluto del error (IAE)

Un sistema cuyos parámetros de control son penalizados con este criterio presenta un desempeño óptimo, dado que el valor del amortiguamiento está comprometido con el consumo de energía. Este criterio se implementa fácilmente en sistemas

de control de naturaleza discreta por medio de la siguiente expresión sumatoria.

$$J_{IAE} = \sum_{k=0}^{N_h} \left| k \frac{\bar{x}(k) + \bar{x}(k+1)}{2} \right| \quad (10)$$

TABLA I. INTEGRAL DEL ERROR ABSOLUTO

Controlador	IAE
PID	3470.1348
LQR	2839.8538

B. Integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (ITAE)

Los sistemas penalizados por este criterio muestran errores iniciales significativos en tareas de regulación debido a una penalización moderada en la respuesta. Esto conduce a respuestas transitorias con bajo sobre impulso y una amortiguación adecuada. La evaluación de este criterio en sistemas se logra de manera sencilla mediante una operación específica.

$$J_{ITAE} = \sum_{k=0}^{N_h} K \left| h \frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right| \quad (11)$$

TABLA II. INTEGRAL DEL ERROR ABSOLUTO MULTIPLICADO POR EL TIEMPO

Controlador	ITAE
PID	407044.8797
LQR	239608.7398

C. Integral del error al cuadrado (ISE)

Al minimizar este criterio se dice que el sistema es óptimo y minimiza el consumo de energía, pues el valor mínimo de la integral se obtiene para un valor en el amortiguamiento comprometido entre valores sobre amortiguados y críticamente amortiguados. Aplicando la regla trapezoidal al absoluto del error se tienen la siguiente expresión sumatoria para el caso discreto:

$$J_{ISE} = \sum_{k=0}^{N_h} h \left[\frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right] \quad (12)$$

TABLA III. INTEGRAL DEL ERROR AL CUADRADO

Controlador	ISE
PID	54568.3212
LQR	47199.7094

D. Integral del error al cuadrado multiplicado por el tiempo

Este criterio es utilizado en parámetros de controladores que son penalizados por medio de la respuesta a una entrada escalón, donde el error inicia $\bar{x}(0)$, puede tener criterio, mismo que aumentar con el tiempo y penalizar mas significativamente al error. Para sistemas discretos, la integral que define ente criterio de costos se escribe en términos de la regla trapezoidal como:

$$J_{ITSE} = \sum_{k=0}^{N_h} K_h \left[\frac{\bar{x}^2(k) + \bar{x}^2(k+1)}{2} \right] \quad (13)$$

TABLA IV. INTEGRAL DEL ERROR AL CUADRADO MULTIPLICADO POR EL TIEMPO

Controlador	ITSE
PID	3322158.655
LQR	2397825.648

VI. CONCLUSIÓN

Con un sólido conocimiento matemático y la aplicación de la mecatrónica, logramos implementar tanto un controlador PID como un regulador cuadrático lineal. Al comparar sus respuestas, se hizo evidente que el sistema controlado de manera óptima alcanza la temperatura deseada en un tiempo significativamente más corto y muestra un consumo de energía más eficiente en comparación con el controlador PID. Este hallazgo resalta la importancia de utilizar enfoques de control avanzados y ajustados específicamente para lograr un rendimiento óptimo en sistemas mecatrónicos

REFERENCIAS

- [1] UNAM. (2021). Plan de estudios de la carrera de Ingeniería Química. [PDF]. Orienta FES Zaragoza
- [2] Jom, E. (2023b, September 7). Importancia del control de temperatura en procesos industriales - JOM. JOM. <https://jom.es/importancia-del-control-temperatura-procesos-industriales>
- [3] Braun, J. E. (1990). Reducing energy costs and peak electrical demand through optimal control of building thermal storage. ASHRAE transactions, 96(2), 876-888.
- [4] Gandur Adarme, S. Y. (2016). Diseño de control óptimo y control robusto para regular la temperatura de un intercambiador de calor.
- [5] Madrigal, J. A., Cabello, J. J., Sagastume, A., & Balbis, M. (2018). Evaluación de la climatización en locales comerciales, integrando técnicas de termografía, simulación y modelado por elementos finitos. Información tecnológica, 29(4), 179-188.
- [6] Herrera Segura, E. (2021). Medición por elementos finitos vía internet de la temperatura en un invernadero a través de un dispositivo móvil.
- [7] Gutiérrez, E. C., & Arias, J. G. (2017). Control óptimo para el control de temperatura en el cultivo de tomate en invernadero basado en un sistema dinámico. Pistas Educativas, 39(125).
- [8] Liu, T., Yang, C., Zhou, C., Li, Y., & Sun, B. (2023). Integrated Optimal Control for Electrolyte Temperature With Temporal Causal Network and Reinforcement Learning. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems.
- [9] Collado, E., Delgado, J., Bernal, N., Cárdenas, D., & Sáez, Y. (2023). Herramienta basada en optimización para reducir la temperatura superficial en circuitos electrónicos con transistores BJTs y MOSFETs en escenarios peligrosos. I+ D Tecnológico, 19(2), 64-75.
- [10] del Angel, E. R., Solis, J. F., Villanueva, J. D. T., & Huacuja, J. F. (2019). Proportional Controller from Control Theory for Tuning cooling scheme of Simulated Annealing algorithm. International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics, 10(1), 16.

- [11] Rawat, D., Bansal, K., & Pandey, A. K. (2017). LQR and PID design technique for an electric furnace temperature control system. In *Proceeding of International Conference on Intelligent Communication, Control and Devices: ICICCD 2016* (pp. 561-567). Springer Singapore.
- [12] Sinlapakun, V., & Assawinchaichote, W. (2015, June). Optimized PID controller design for electric furnace temperature systems with Nelder Mead Algorithm. In *2015 12th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON)* (pp. 1-4). IEEE.
- [13] J. Paulusová, and M. Dúbravská, "Application of Design of PID Controller for Continuous Systems", FEI STU, Slovak Republic, 2012.
- [14] Ortega Martínez, J. M. (2021). *Contribuciones al control óptimo de sistemas con retardos: teoría y experimentos*.
- [15] Ananganó Alvarado, G., & Gonzales Zurita, O. (2018). *El control óptimo y su desarrollo a través de la historia*.
- [16] MathWorks. (s. f.). *Sistemas Dinámicos. MATLAB & Simulink*. Recuperado 9 de junio de 2023, de <https://www.mathworks.com/discovery/dynamic-systems.html>.
- [17] Chapra, S. C. (2006). *Métodos numéricos para ingenieros* (5ta edición). McGraw-Hill.
- [18] Lozano, K. E. N. (2022). *El control dentro del proceso administrativo. Qué es, objetivo, proceso, importancia y tipos*. gestiopolis. <https://www.gestiopolis.com/el-control-dentro-del-proceso-administrativo/>.
- [19] Ogata, K. (1996). *Sistemas de control en tiempo discreto* (2da edición). Pearson Educación.
- [20] Bellman, R. (1966). *Dynamic programming*. *Science*, 153(3731), 34-37.
- [21] *Sistemas termodinámicos - Física universitaria volumen 2* | OpenStax. (s. f.). <https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-2/pages/3-1-sistemas-termodinamicos>.
- [22] Astrom, K. J. (1995). *PID controllers: Theory. Design and Tuning*, 59.
- [23] O'dwyer, A. (2009). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. World Scientific.