

# Comparativa de variantes en control clásico para un dron de cuatro rotores.

Zizilia Zamudio  
 Vicerrectoría de Investigación  
 Universidad La Salle México  
 Ciudad de México, México  
 zizilia.zamudio@lasalle.mx

José Ambrosio  
 Vicerrectoría de Investigación  
 Universidad La Salle México  
 Ciudad de México, México  
 jose.ambrosio@lasalle.mx

Germán Porras  
 Facultad de Ingeniería  
 Universidad La Salle México  
 Ciudad de México, México  
 gporras@lasallistas.org.mx

Alexis Ortíz  
 Facultad de Ingeniería  
 Universidad La Salle México  
 Ciudad de México, México  
 alexis.ortiz@lasallistas.org.mx

**Resumen**—Los drones siguen siendo vehículos robóticos ampliamente estudiados por su importancia en el gran número de actividades que el hombre ha podido incorporarlos. En este trabajo se presentan una comparativa en la estrategia de control aplicada al modelo matemático de la dinámica de un dron de 4 rotores, también conocido como cuadricóptero, obtenido mediante el método Euler-Lagrange. La comparación se realiza en un control no lineal para estabilizar la altura “z” del dron, usando las dos combinaciones clásicas: PID y PD, presentando los resultados en simulación obtenidos mediante la implementación en diagrama a bloques, alcanzando en ambos casos los valores que se establecieron como deseados.

**Palabras claves** — control, pid, dron, cuadricóptero, simulación.

## I. INTRODUCCIÓN

Los drones o vehículos aéreos no tripulados son herramientas que ya forman parte de la cotidianidad del hombre, debido al gran número de tareas en los que pueden apoyar y formar parte. Además de ser herramientas lúdicas, tienen un gran potencial de aplicaciones para beneficio en la sociedad, como, por ejemplo: aplicaciones militares, ingeniería civil, telecomunicaciones, agricultura, toma de video y fotografía para diferentes tareas, entrega de suministros, detección y monitoreo, etc., todo lo anterior aunado a la reducción de costo de adquisición y mantenimiento [1] han permitido aumentar la incorporación de estas aeronaves en actividades cotidianas.

Un dron (UAV – vehículo aéreo no tripulado), es una aeronave sin piloto humano [2], [3] y [4]. El cuadricóptero, consta de cuatro rotores fijados en un marco rígido, que puede tener configuración equis o cruz [5] y entre los drones es uno de los más populares.

Los cuadricópteros siguen siendo ampliamente estudiados, ya que su rápida dinámica y la versatilidad en sus movimientos sigue siendo perfecto, así que, la implementación de leyes de control que mejoren su desempeño es un campo abierto en la investigación de estos vehículos voladores. En [5] se presenta un estudio de las diferentes estrategias de control que se han implementado para la autonomía de estos vehículos, destacando los controles lineales robustos, no lineales y los controles inteligentes. Una revisión de las estrategias de control implementadas en tiempo real, presentando un escenario completo sobre el sistema de

sensado y elementos que conforman a un dron, destacando los controles PID, LQR y SMC se abordan en [2]. Entre los trabajos más recientes se tiene que en [6], se presenta el estudio de aplicaciones, las diferentes arquitecturas y los algoritmos de control implementados en los cuadricópteros, destacando las técnicas tradicionales, PID, backstepping, LQR, adaptable, y los controles inteligentes como: modos deslizantes, lógica difusa y redes neuronales. La importancia de la simulación de un sistema con estas características se aborda en [7], debido a la validación del sistema y una vez obtenidos los resultados se puede proceder a su construcción y ensamble.

Por lo que, en el presente trabajo se comparan dos estrategias de control clásico mediante simulación para visualizar con cual de las dos estrategias el vehículo tiene un mejor desempeño con respecto a la posición en altura. La estructura de este artículo primeramente describe el modelo dinámico del cuadricóptero, la estrategia de control, remarcando cuál será la comparativa a realizar, la implementación del modelo y control en la simulación, los resultados obtenidos y por último abordando las conclusiones derivadas del análisis de los resultados.

## II. MODELO DINÁMICO

A continuación, se presenta el modelo dinámico de un dron tipo cuadricóptero utilizando la metodología de Euler – Lagrange. Una de las suposiciones es que, la aeronave se representa como un cuerpo rígido tridimensional, esto originado por el empuje principal y 3 torques [8], en [9] se puede revisar el desarrollo a detalle del modelo dinámico utilizado para la simulación del vehículo.

Las coordenadas generalizadas de un cuadricóptero se pueden expresar de la siguiente manera [10], [11]:

$$q = (x, y, z, \psi, \theta, \varphi) \in \mathbb{R}^6 \quad (1)$$

donde  $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ , expresan la posición del centro de masa del dron relativo al eje de referencia inercial fijo (I), con “x” y “y” como el plano horizontal y “z” la posición en el eje vertical, adicionalmente,  $\eta = (\psi, \theta, \varphi) \in \mathbb{R}^3$ , expresan los ángulos de Euler (ver Fig. 1), se tiene que:

$\psi$ : guiñada (yaw), ángulo alrededor del eje “z”.

$\theta$ : cabeceo (pitch), ángulo alrededor del eje “y”.

$\varphi$ : alabeo (roll), ángulo alrededor del eje “x”.

Además,  $\dot{\xi} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \in \mathbb{R}^3$  y  $\eta = (\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \in \mathbb{R}^3$  son respectivamente las velocidades generalizadas del sistema.

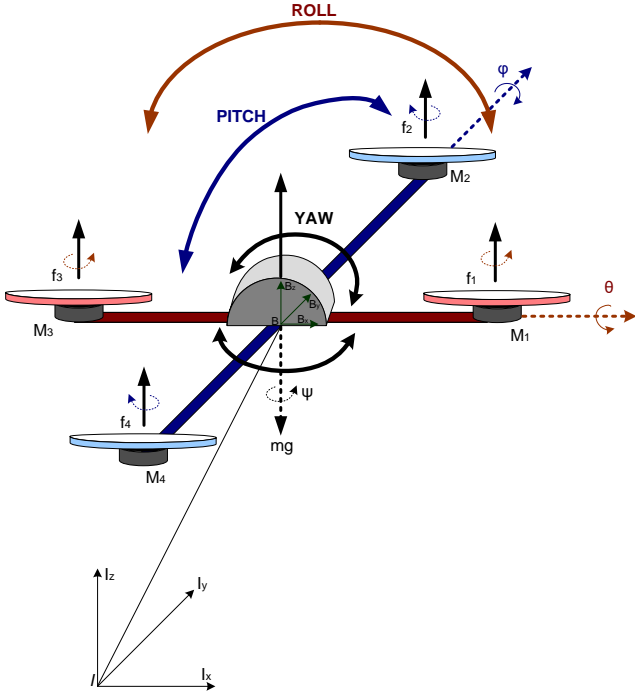


Fig. 1. Esquema de un dron de 4 rotores

El modelo dinámico simplificado que representa al cuadricóptero [12] se expresa como:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta \quad (2)$$

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \varphi \quad (3)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \theta \cos \varphi - mg \quad (4)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi \quad (5)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \quad (6)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \quad (7)$$

donde  $m$  es la masa del dron,  $g$  es la gravedad y las entradas de control  $u$ ,  $\tilde{\tau}_\psi$ ,  $\tilde{\tau}_\theta$  y  $\tilde{\tau}_\phi$  son el empuje total o la entrada colectiva y los nuevos momentos angulares, los cuales están relacionados a los momentos generalizados de la siguiente manera:

$$\tilde{\tau} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{bmatrix} = J^{-1}(\tau - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (8)$$

en donde  $C(\eta, \dot{\eta})$  es la matriz de Coriolis y  $J$  representa la matriz de inercia definida como:

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \text{ siendo los términos } I_x, I_y \text{ e } I_z$$

constantes de energía cinética en cada componente de  $x, y, z$ , respectivamente.

### III. ESTRATEGIA DE CONTROL

En [13], [14] se presenta la estrategia de control aplicada para estabilizar la aeronave.

La idea fundamental de implementar funciones de saturación anidadas es encontrar una ley de control que estabilice asintóticamente de forma global el sistema [15].

El empuje principal  $u$  es usado para controlar y estabilizar la altura de la aeronave, posteriormente, se trabaja con el ángulo de guiñada. Una vez estabilizados “ $z$ ” y  $\psi$ , se trabaja con el ángulo de alabeo y el desplazamiento en “ $y$ ”. El desplazamiento en “ $x$ ” y el ángulo de cabeceo se estabilizan al final con respecto al origen.

#### A. Control de Altitud y Guiñada

El desplazamiento “ $z$ ” en (4), se controla forzando a la dinámica de un sistema lineal. Por lo tanto, se tiene que:

$$u = \frac{r_1 + mg}{\cos \theta \cos \varphi} \quad (9)$$

considerando a  $r_1$  un controlador PD,

$$r_1 = -a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d) \quad (10)$$

en donde  $a_{z_1}$ ,  $a_{z_2}$  y  $z_d$  son constantes positivas y  $z_d$  representa la altitud deseada.

La ecuación (10), es la estrategia que se comparará en altura “ $z$ ”, dicha comparativa se realizó proponiendo un controlador completo PID, tal que:

$$r_1' = -a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d) - a_{z_3} \int (z - z_d) \quad (11)$$

en donde  $a_{z_3}$  es una constante positiva. El control de guiñada se escoge como,

$$\tilde{\tau}_\psi = -a_{\tau_1}\dot{\psi} - a_{\tau_2}(\psi - \psi_d) \quad (12)$$

Assumiendo  $\cos \theta \cos \varphi \neq 0$ , esto es  $\theta, \varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  con lo que se asume el sistema se encuentra estable en altura y sustituyendo (9) y (12) en (2) y (5) respectivamente se obtiene:

$$m\ddot{x} = \frac{(r_1 + mg) \tan \theta}{\cos \varphi} \quad (13)$$

$$m\ddot{y} = (r_1 + mg) \tan \varphi \quad (14)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(-a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d)) \quad (15)$$

$$\ddot{z}' = \frac{1}{m}(-a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d) - a_{z_3} \int (z - z_d)) \quad (16)$$

$$\ddot{\psi} = -a_{\tau_1}\dot{\psi} - a_{\tau_2}(\psi - \psi_d) \quad (17)$$

en donde  $a_{\tau_1}$  y  $a_{\tau_2}$ , son constantes positivas, que aseguran la respuesta estable del dron. Si  $z_d$  y  $\psi_d$  son constantes, “ $z$ ” y  $\psi$  convergen. Similarmente, como  $\dot{\psi}$  y  $\ddot{\psi}$  tienden a cero esto entonces  $\psi \rightarrow \psi_d$  y de manera semejante  $z \rightarrow z_d$ .

#### B. Control del Desplazamiento Lateral y Cabeceo

Se defina la entrada  $\tilde{\tau}_\phi$  para estabilizar el subsistema dado por  $(y, \varphi)$ . Para  $\varphi$  cercano al cero, el subsistema  $(y, \varphi)$  es representado por 4 integradores en cascada. El subsistema  $(y, \varphi)$  está expresado en (7) y (14). Assumiendo  $\psi_d \equiv 0$  en (12) y (16), se tiene que  $\psi \rightarrow 0$ . De (10) y (15) se tiene que  $r_1 \rightarrow 0$ . Las entradas de control del dron son saturadas y las amplitudes de las funciones de saturación para la ley de

control se puede escoger de manera que después de un tiempo finito  $T'$  el ángulo de alabeo se encuentre en el intervalo  $-1 \text{ rad} \leq \varphi \leq 1 \text{ rad}$ . Por lo que después de un periodo suficientemente largo,  $r_1$  es pequeño y el subsistema  $(y, \varphi)$  se simplifica en

$$\dot{y} = g\varphi \quad (18)$$

$$\ddot{\varphi} = \tilde{\tau}_\varphi \quad (19)$$

Las ecuaciones (17) y (18) representan un sistema formado por cuatro integradores en cascada, al aplicar la técnica de saturaciones anidadas, se obtiene:

$$\tilde{\tau}_\varphi = -\sigma_{\varphi_1} \left( \dot{\varphi} + \sigma_{\varphi_2} \left( \varphi + \dot{\varphi} + \sigma_{\varphi_3} \left( 2\varphi + \dot{\varphi} - \frac{y}{g} + \sigma_{\varphi_4} \left( \dot{\varphi} + 3\varphi - 3\frac{\dot{y}}{g} - \frac{(y_d - y)}{g} \right) \right) \right) \right) \quad (20)$$

donde  $\sigma_a$  es una función de saturación.

### C. Control del Desplazamiento hacia adelante y Alabeo

Sabiendo que  $\varphi$  es pequeño y  $r_1 \rightarrow 0$ , (13) se reduce al subsistema  $(x, \theta)$  en:

$$\dot{x} = -g \tan \theta \quad (21)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \quad (22)$$

Usando una propuesta similar al aplicado para el desplazamiento lateral y cabeceo, se obtiene:

$$\tilde{\tau}_\theta = -\sigma_{\theta_1} \left( \dot{\theta} + \sigma_{\theta_2} \left( \theta + \dot{\theta} + \sigma_{\theta_3} \left( 2\theta + \dot{\theta} - \frac{x}{g} + \sigma_{\theta_4} \left( \dot{\theta} + 3\theta - 3\frac{\dot{x}}{g} - \frac{(x_d - x)}{g} \right) \right) \right) \right) \quad (23)$$

## IV. SIMULACIÓN DEL CUADRICÓPTERO

Debido a la relativa facilidad y buena eficiencia de cómputo, el entorno de simulación para implementar el modelo matemático de la dinámica del dron, así como, la comparativa entre la estrategia de control propuesta fue Matlab y Simulink.

Debido a las dimensiones del diagrama total de simulación, se presenta sólo una parte de la implementación mediante diagrama a bloques (ver Fig. 2), en el bloque rojo se implementa la estrategia de control en altura propuesta, los bloques amarillos corresponden a la fuerza de los motores y las fuerzas aerodinámicas.

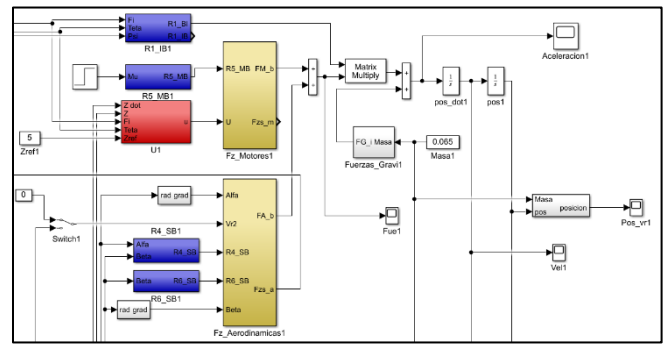


Fig. 2. Implementación a bloques

Adicionalmente, se incorporó un bloque que permite la visualización del comportamiento del dron en animación 3D, el cual se muestra en la Fig. 3.



Fig. 3. Modelo virtual del cuadricóptero en 3D.

En la Tabla 1, se especifican los parámetros utilizados para la simulación del sistema, como la masa, gravedad, momentos de inercia y constantes de ganancia.

TABLA 1. PARÁMETROS DE SIMULACIÓN

Parámetros	Valor
m	0.065 kg
g	9.81 m/s
Ix	0.0142 kg*m <sup>2</sup>
Iy	0.0142 kg*m <sup>2</sup>
Iz	0.0071 kg*m <sup>2</sup>
$a_{z_1}$	30
$a_{z_2}$	50
$a_{z_3}$	10
$a_{r_1}$	20
$a_{r_1}$	50

## V. RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con la comparativa entre PD y PID para la estabilización en altura "z". La posición y orientación deseada en simulación para ambas propuestas se estableció como:

$$\xi = (x, y, z) = (2, 1, 10) \text{ y } \eta = (\psi, \theta, \varphi) = (0, 0, 0).$$

Primeramente, el resultado obtenido con el control PD en altura  $r_1 = -a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d)$ , se puede ver en la Fig. 4, la posición alcanzada, en este caso:  $\xi = (2.005, 1.005, 10.15)$ .

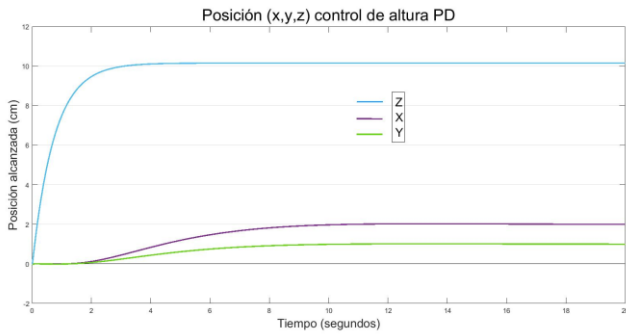


Fig. 4. Posición alcanzada con estrategia de control PD

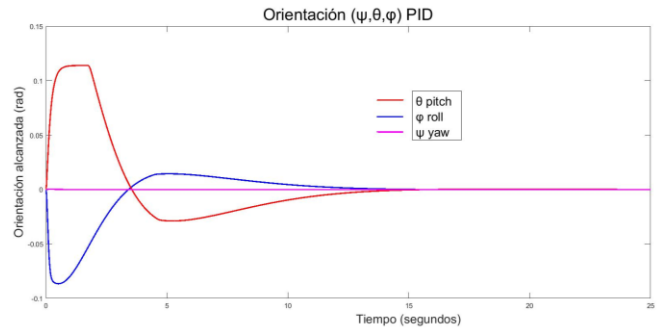


Fig. 7. Orientación alcanzada con estrategia de control PID

La orientación, como se explica en la sección II, se espera obtener como desempeño la tendencia de los tres ángulos a cero, en la Fig. 5 se visualiza el comportamiento deseado en orientación, con la estrategia de control PD.

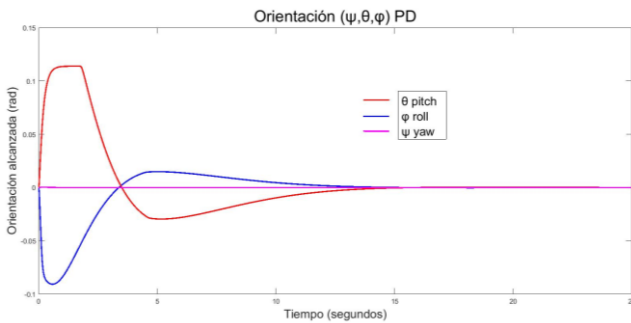


Fig. 5. Orientación alcanzada con estrategia de control PD

Ahora bien, considerando la estrategia de control en posición correspondiente al eje “z”, implementando el PID,  $r_1' = -a_{z1}\dot{z} - a_{z2}(z - z_d) - a_{z3} \int (z - z_d)$ , adicionando la acción integral, se tiene como resultado el mostrado en la Fig. 6, en este caso se obtiene como resultado de salida

$$\xi = (2,1,10), \text{ que es la posición deseada.}$$

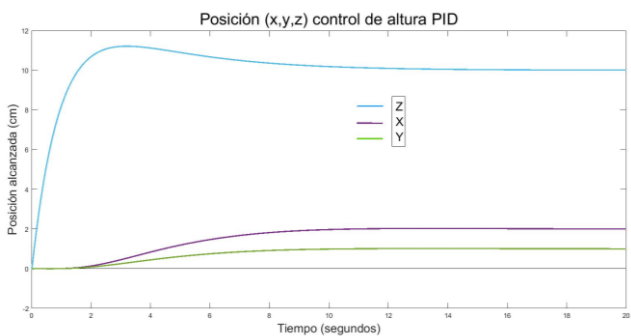


Fig. 6. Posición alcanzada con estrategia de control PID

Mientras que la orientación no sufre cambio y se mantiene la estabilización en orientación que tiende a cero, como se muestra en la Fig. 7.

## VI. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

En este trabajo se presenta la simulación del modelo dinámico y la implementación de estrategias de control clásicas, comparando la posición en altura “z” entre un PID y un PD. Los resultados permiten visualizar lo planteado en la teoría de control clásica, en ambos casos se logra estabilizar al sistema de acuerdo a las referencias planteadas, sin embargo, en el caso del PD, se genera un error en estado estacionario de 1.5%, en cambio, para el caso del PID, como bien se sabe, se alcanza la altura de referencia sin generar error en estado estacionario, pero se genera un sobreimpulso máximo de 11.21%, cabe mencionar que mientras más se eleva la ganancia de la integración el sistema genera un mayor sobreimpulso. En el caso de la orientación no se ve afectada por el cambio en el controlador en altura. Se simuló el modelo dinámico obtenido con la metodología Euler-Lagrange y se validó el funcionamiento de la propuesta, para que, como trabajo futuro se desarrolle e implemente físicamente la aeronave de 4 rotores y la estrategia de control.

La elección del controlador a implementar en la realidad dependerá entonces del tipo de aplicación que se le dé a una aeronave con las características presentadas en este trabajo, tomando en cuenta también que en la práctica estas aeronaves presentan una dinámica muy rápida, así que se debe implementar el control de acuerdo con lo que se considere realizar como fin último.

Es valioso mencionar la importancia de una adecuada sintonización del controlador, asegurando que se llegaron a obtener las ganancias que proporcionan el mejor desempeño posible en el sistema.

## REFERENCES

- [1] Barbedo, J.G.A. A Review on the Use of Unmanned Aerial Vehicles and Imaging Sensors for Monitoring and Assessing Plant Stresses. *Drones* 2019, 3, 40. <https://doi.org/10.3390/drones3020040>
- [2] Kangunde, V., Jamisola, R.S. & Theophilus, E.K. A review on drones controlled in real-time. *Int. J. Dynam. Control* 9, 1832–1846 (2021). <https://doi.org/10.1007/s40435-020-00737-5>
- [3] Kanellakis C, Nikolakopoulos G (2017) Survey on computer vision for UAVs: current developments and trends. *J Intell Robot Syst* 87(1):141–168
- [4] Han D, Gwak DY, Lee S (2020) Noise prediction of multi-rotor UAV by RPM fluctuation correction method. *J Mech Sci Technol* 34:1429–1443
- [5] J. Kim, S. A. Gadsden and S. A. Wilkerson, "A Comprehensive Survey of Control Strategies for Autonomous Quadrotors," in *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 43, no. 1, pp. 3-16, winter 2020, doi: 10.1109/CJECE.2019.2920938.

- [6] Idrissi, M., Salami, M. & Annaz, F. A Review of Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles: Applications, Architectural Design and Control Algorithms. *J Intell Robot Syst* 104, 22 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10846-021-01527-7>
- [7] F. A. González, M. E. Afanador Cristancho, E. F. Niño López, "Modelamiento y simulación de un quadrotor mediante la integración de Simulink y SolidWorks", *Maskay*, 2018, 10.24133/maskay.v9i1.1043
- [8] F. Rafi, S. Khan, K. Shafiq, M. Shah, "Autonomous target following by unmanned aerial vehicles", *Proceedings - SPIE International Society For Optical Engineering*, Vol 6230, Part 1., 2006.
- [9] P. Castillo, P. García, R. Lozano, P. Albertos, "Modelado y Estabilizacion de un Helicoptero con CuatroRotores", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, Enero 2007.
- [10] T. S. Alderete, "Simulator aero model implementation", *NASA Ames Research Center, Moffett Fiel, California*.
- [11] B. Etkin, L. D. Reid, "Dynamics of Flight", *John Wiley and Sons, Inc., New York*, 1995.
- [12] J. d. J. Rubio, Z. Zamudio, J. A. Meda Campana and M. A. Moreno Armendariz, "Experimental vision regulation of a quadrotor," in *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 8, pp. 2514-2523, Aug. 2015, doi: 10.1109/TLA.2015.7331906.
- [13] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, "Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors", *IEEE/RSJ-IROS*, PP. 2693-2698, Senai, Japón, 2004.
- [14] D. Lara, A. Sanchez, R. Lozano and P. Castillo, "Real Time Embedded Control System for VTOL Aircrafts: Application to Stabilize a quadrotor helicopter", in *IEEE/CCA*. (2006).
- [15] A. R. Teel, Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls, *Syst. and Contr. Lett.* 18, 165-171, 1992