

# Implementación del método de mínimos cuadrados para la corrección del error de sensores TOF

Ing. Cristhian Omar Vázquez Marín  
TecNM Campus Libres  
Puebla, México  
[vazquezmarincristhian@gmail.com](mailto:vazquezmarincristhian@gmail.com)

Mtro. Román Perez Saldaña  
Sistemas Automotrices  
TecNM Campus Libres  
Puebla, México  
[roman.ps@libres.tecnm.mx](mailto:roman.ps@libres.tecnm.mx)

Mtro. Angel David Flores Torres  
Sistemas Automotrices  
TecNM Campus Libres  
Puebla, México Torres  
[angeld.ft@libres.tecnm.mx](mailto:angeld.ft@libres.tecnm.mx)

Mtro. MSC. Elmar Montiel Jiménez  
Electromecánica  
TecNM Campus Libres  
Puebla, Mexico  
[elmar.mj@libres.tecnm.mx](mailto:elmar.mj@libres.tecnm.mx)

*El presente trabajo consiste en la corrección del error de medición del desgaste de balatas automotrices, mediante el empleo de sensores ópticos TOF VL6180X y la aplicación del método de mínimos cuadrados. Para lograr el objetivo de este trabajo, se realiza la programación en lenguaje C del algoritmo de la técnica antes mencionada en un microcontrolador de la familia Arduino. Los resultados obtenidos permiten comparar la medición en tiempo real del desgaste de balatas contra medidas patrón de grosores preestablecidos y así visualizarlos en una interfaz Hombre – Máquina (HMI). Se demostró que mediante la implementación esta técnica de mínimos cuadrados se redujo hasta en un 99.86% el error en las mediciones con respecto a el error inicial de los sensores y se obtuvo así una exactitud de hasta 99.92%.*

**Palabras Clave:** Mínimos Cuadrados, Error, Balatas, TOF VL6180X.

## I. INTRODUCCIÓN

Los orígenes de la técnica de mínimos cuadrados se remontan al siglo XVIII con el problema de la determinación del arco meridiano terrestre, sin embargo, su formalización fue realizada por Gauss a inicios del siglo XIX[1]. Actualmente sus aplicaciones han sido diversas, como la linealización de datos estadísticos como en el trabajo mostrado en [2] o en el diagnóstico de fallas abordado de [3].

Por otra parte, el sector automotriz está sujeto a constantes cambios debidos a los avances tecnológicos y mayores demandas en eficiencia y seguridad, bajo este contexto, uno de los sistemas de mayor relevancia es el sistema de frenos, cuyo papel es primordial en la seguridad de los pasajeros, en particular, uno de los componentes que ha sido sujeto a innovaciones tecnológicas en los últimos años dentro de este sistema han sido las balatas a las cuales se les ha incorporado un sistema de medición de desgaste de las mismas. Este sistema de desgaste de balatas consiste por lo regular por sensores electrónicos de desgaste de pastillas, estos están compuestos por un cable en forma de círculo que cuenta con una pequeña corriente eléctrica (unos 2.000 ohmios) [4].

Se han realizado investigaciones de buscando nuevas formas de medición de desgaste de balatas entre las cuales esta la inclusión de sensores de microcontroladores basados en infrarrojo los cuales miden el desgaste midiendo la distancia entre la superficie del disco y la balata [5], el

cálculo de desgaste introduciendo dos datos en la unidad de control electrónico (ECU, por sus siglas en inglés), el espesor inicial de la balata y la distancia de frenado, posteriormente con estos datos la ECU se encarga calcular de forma indirecta el desgaste de las balatas [6]

Por lo general, cuando la pastilla de freno se desgasta, el elemento conductor se destruye. El procesador detecta la destrucción y advierte al conductor a través de una interfaz hombre-máquina (HMI). Un ejemplo de la interfaz del conductor podría ser un indicador en el grupo de instrumentos. [7]

El error de la medida es la desviación que presentan las medidas prácticas de una variable de proceso con relación a las medidas teóricas o ideales, como resultado de las imperfecciones de los aparatos y de las variables parásitas que afectan al proceso. Es decir:

$$\text{Error} = \text{Valor leído en el instrumento} - \text{Valor ideal de la variable medida.}$$

El error absoluto es:  $\text{error absoluto} = \text{valor leído} - \text{valor verdadero}$

El error relativo representa la calidad de la medida y es:

$$\text{Error relativo} = \text{Error absoluto} / \text{Error verdadero.} \quad [8]$$

En el presente artículo se expone la manera en la que se realizaron pruebas de medición a cuatro sensores de tipo TOF VL6180X y se corrigió el error de medición de fábrica mediante el método de los mínimos cuadrados. Dicha corrección se aplica en la creación de un módulo o prototipo para la medición del desgaste de balatas automotrices para ser usado en el Tecnológico Superior de Libres

## II. MARCO TEÓRICO

### Método de los mínimos cuadrados

El método de los mínimos cuadrados es un procedimiento de análisis numérico en el que, dados un conjunto de datos (pares ordenados y familia de funciones), se intenta determinar la función continua que mejor se aproxime a los datos (línea de regresión o la línea de mejor ajuste), proporcionando una demostración visual de la relación entre los puntos de los mismos. En su forma más simple, busca minimizar la suma de cuadrados de las

diferencias ordenadas (llamadas residuos) entre los puntos generados por la función y los correspondientes datos.

Este método se utiliza comúnmente para analizar una serie de datos que se obtengan de algún estudio, con el fin de expresar su comportamiento de manera lineal y así minimizar los errores de la data tomada.

Su expresión general se basa en la ecuación de una recta:

$$y=mx+b \tag{1}$$

Donde m es la pendiente y b el punto de corte, y vienen expresadas de las ecuaciones 2 y 3:

$$m=\frac{n*\sum(x*y)-\sum x*\sum y}{n*\sum x^2-|\sum x|^2} \tag{2}$$

$$b=\frac{\sum y*\sum x^2-\sum x*\sum(x*y)}{n*\sum x^2-|\sum x|^2} \tag{3}$$

(x, y) son los datos en estudio y n la cantidad de datos que existen.

El método de mínimos cuadrados calcula a partir de los N pares de datos experimentales (x, y), los valores m y b que mejor ajustan los datos a una recta. Se entiende por el mejor ajuste aquella recta que hace mínimas las distancias d de los puntos medidos a la recta.

Teniendo una serie de datos (x, y), mostrados en un gráfico o gráfica, si al conectar punto a punto no se describe una recta, debemos aplicar el método de mínimos cuadrados, basándonos en su expresión general mostrada en la ecuación 4:

$$y=\left(\frac{n*\sum(x*y)-\sum x*\sum y}{n*\sum x^2-|\sum x|^2}\right)x+\left(\frac{\sum y*\sum x^2-\sum x*\sum(x*y)}{n*\sum x^2-|\sum x|^2}\right) \tag{4}$$

Cuando se haga uso del método de mínimos cuadrados se debe buscar una línea de mejor ajuste que explique la posible relación entre una variable independiente y una variable dependiente. En el análisis de regresión, las variables dependientes se designan en el eje (y) vertical y las variables independientes se designan en el eje (x) horizontal. Estas designaciones formarán la ecuación para la línea de mejor ajuste, que se determina a partir del método de mínimos cuadrados.

El método de los mínimos cuadrados es el procedimiento más objetivo para ajustar a una recta un conjunto de datos representados en un diagrama de dispersión. Las principales aplicaciones de este método de Mínimos Cuadrados son en el ajuste de curvas. [9]

*Portador de sensor de distancia de tiempo de vuelo VL6180X con regulador de voltaje*

Este sensor es una placa portadora / de ruptura para el sensor de luz ambiental y de proximidad VL6180X de ST, en el cual se mide el alcance de un objeto objetivo hasta 20 cm de distancia (o 60 cm con resolución reducida). El VL6180X utiliza mediciones de tiempo de vuelo de pulsos infrarrojos para el alcance, lo que le permite brindar resultados precisos independientemente del color y la superficie del objetivo. Las mediciones del nivel de luz ambiental y de distancia se pueden leer a través de una interfaz I2C digital. La placa tiene un regulador lineal de

2.8 V y cambiadores de nivel integrados que le permiten trabajar en un rango de voltaje de entrada de 2.7 V a 5.5 V, y el espaciado de pines de 0.1 " hace que sea fácil de usar con placas de prueba sin soldadura estándar y placas perfiladas de 0.1 ". [10]

A diferencia de los sensores ópticos más simples que utilizan la intensidad de la luz reflejada para detectar objetos, el VL6180X utiliza la tecnología FlightSense de ST para medir con precisión cuánto tardan los pulsos emitidos de luz láser infrarroja en llegar al objeto más cercano y reflejarse de nuevo en un detector, lo que lo convierte en esencialmente un sensor lidar de corto alcance. Esta medición de tiempo de vuelo (TOF) le permite determinar con precisión la distancia absoluta a un objetivo con una resolución de 1 mm, sin que la reflectancia del objeto influya en la medición. El sensor está clasificado para realizar mediciones de alcance de hasta 10 cm (4 "), pero a menudo puede proporcionar lecturas de hasta 20 cm (8 ") con su configuración predeterminada. Además, el VL6180X se puede configurar para medir rangos de hasta 60 cm (24 ") a costa de una resolución reducida, aunque el alcance exitoso en estas distancias más largas dependerá en gran medida del objetivo y el entorno. [10]

III. METODOLOGÍA DE PRUEBAS

El procedimiento para realizar las pruebas consistió en la implementación de la programación mencionada en el apartado anterior y así lograr la obtención de 10 ciclos de muestras de 20 mediciones por día, durante tres días por etapa.

Todos los datos se concentran en tablas que promedian las 20 mediciones por sensor y que calculan el error o diferencia respecto al patrón de medición por cada ciclo. Luego la información se concentra por etapa (recopilación de tres días de pruebas) en una tabla general en donde por día se capturan los resultados de los promedios antes mencionados y de ella nuevamente se obtienen promedios y comparaciones respecto al patrón de cada sensor.

En la etapa 1 se procesaron los datos en gráficas y se optó por aplicar a esos mismos datos el método de los mínimos cuadrados con el fin de linealizar la medición y mejorar la precisión.

En la etapa 2 se implementó el método de mínimos cuadrados desde la programación y de nuevo se recopilaron 3 días de pruebas, en esta etapa solo se había mejorado la precisión con el parámetro de la constante calculada m en la ecuación. Se graficaron los datos y con el análisis de las gráficas se acoplo una nueva adición a la ecuación con la cual se pretende mejorar también el parámetro de la exactitud.

En la etapa 3 se incrementó la exactitud con el parámetro b de la ecuación y se obtuvieron un periodo de 20 ciclos de 20 mediciones durante 3 días y nuevamente se realizaron las gráficas para ver mejorados los parámetros de exactitud y precisión.

Lo anterior se representa de forma gráfica en el siguiente diagrama (Figura 1) donde se observan las fases y etapas mencionadas anteriormente.



Figura 1: Metodología implementada

#### IV. IMPLEMENTACIÓN

##### Medición análoga

El primer paso para obtener datos concretos y poder procesar las mediciones obtenidas es el tener un parámetro o patrón contra el que comparar los datos obtenidos por cada uno de los sensores, así que el primer paso fue medir dos puntos: el primero es el espesor de cada una de las balatas en cuestión para saber cuál es el resultado aritmético que deseábamos obtener, y el segundo fue la distancia total que tenía que medir desde la posición del sensor hasta el contacto con el disco de freno o rotor, dichas mediciones se observan en la Tabla 1.

TABLA 1: ESPESORES DE BALATAS IMPLEMENTADAS EN PROTOTIPO

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
Espesor Balata	3.5 mm	6 mm	8.5 mm	8.5 mm
Distancia real	14 mm	21 mm	20 mm	22 mm

##### Obtención de datos nominales

Las primeras mediciones que se realizaron son el marco de partida de que tan grande es el error en comparativa con los datos medidos en la sección anterior, dichas mediciones se registran en Tabla 2.

TABLA 2: OBTENCIÓN DE DATOS INICIALES POR SENSOR

FECHA	DATOS 23-OCT AL 04 DE NOVIEMBRE DEL 2022							
	S1	S2	S3	S4	PATRON S1	PATRON S2	PATRON S3	PATRON S4
MIERCOLES M1	7.95	33.1	15.15	11.05	14	21	20	22
MIERCOLES M2	8	32.65	15.55	11.45	14	21	20	22
MIERCOLES M3	7.7	32.55	15.3	11.45	14	21	20	22
MIERCOLES M4	7.4	32.55	15.55	11	14	21	20	22
MIERCOLES M5	6.9	32.5	15.3	11.3	14	21	20	22
MIERCOLES M6	8	32.75	15.55	11.75	14	21	20	22
MIERCOLES M7	7.15	32.45	15.55	12.1	14	21	20	22
MIERCOLES M8	7.6	33	15.85	11.5	14	21	20	22
VIERNES M1	7.95	33.05	13.9	12.7	14	21	20	22
VIERNES M2	7.65	33	13.85	12.2	14	21	20	22
VIERNES M3	8.35	33.5	13.65	12.05	14	21	20	22
VIERNES M4	7.6	33.85	14	12.5	14	21	20	22
VIERNES M5	7.5	34.1	13.7	12	14	21	20	22
VIERNES M6	7.35	33.7	13.85	12.2	14	21	20	22
VIERNES M7	7.55	34.4	13.7	14.8	14	21	20	22
VIERNES M8	7.45	34.05	13.6	14.8	14	21	20	22
VIERNES M9	7.8	33.55	13.75	14.25	14	21	20	22
VIERNES M10	7.15	32.6	13.6	13.5	14	21	20	22
DOMINGO M1	6.55	32.8	14.7	10.85	14	21	20	22
DOMINGO M2	6.55	32.6	14.7	10.95	14	21	20	22
DOMINGO M3	6.65	33	14.95	9.8	14	21	20	22
DOMINGO M4	5.9	32.95	14.7	10.2	14	21	20	22
DOMINGO M5	6.8	32.7	15.2	10.75	14	21	20	22
DOMINGO M6	6.15	32.9	15.7	10.65	14	21	20	22
DOMINGO M7	7.05	32.8	15.45	10.75	14	21	20	22
DOMINGO M8	6	32.55	15.45	10.65	14	21	20	22
DOMINGO M9	7.15	32.5	15.9	9.3	14	21	20	22
DOMINGO M10	8.05	31.8	16	9.85	14	21	20	22

A continuación, se muestra la gráfica (figura 2) del sensor 1 en esta etapa.



Figura 2: Grafica de sensor 1 etapa 1

Como ejemplo se muestra la gráfica del sensor 1 (figura 2) en donde se compara la medición obtenida en la fase 1 contra el patrón de medida. En la misma se observa un

desface entre la medición real y la obtenida en la tabla 1 existiendo en promedio una diferencia o error de 6.71mm, lo cual representa un 47.98% de error respecto a la medición patrón obtenida con los instrumentos análogos.

TABLA 3: CONCENTRADO DE DATOS INICIALES POR SENSOR

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
Promedio	7.2821	32.9982	14.7910	11.6553
Max	8.35	34.4	16	14.8
Min	5.9	31.8	13.6	9.3
Diferencia Max y Min	2.45	2.6	2.4	5.5
Difrencia prom patron	6.7178	-11.9982	5.2089	10.3446
Varianza	0.4218	0.3550	0.7912	1.9628
% error vs patron	47.98%	-57.13%	20.04	47.02%

En la Tabla 3 se observa que en este punto inicial de la investigación el error que existe en cuanto a las mediciones no es lineal ni constante entre los sensores, y es por demás enorme llegando hasta un 57.13% en el más grave de los casos y en un 26.04% en el mínimo de ellos. La exactitud varia hasta en ± 11.99 mm y la precisión en un ±5.5mm. Con estos datos se constata que los sensores sin algún tipo de corrección mediante el algoritmo de programación no servirán para proporcionar medidas certeras o fiables para el fin deseado.

Para el sensor 1 la precisión es de ± 2.45mm de acuerdo a los datos observados. Existe un error de alrededor de 6.71 mm por debajo de la medición patrón.

Para el sensor 2 la precisión es de ± 2.6 mm de acuerdo a los datos observados. Existe un error de alrededor de 11.99 mm por encima de la medición patrón.

Para el sensor 3 la precisión es de ± 2.4 mm de acuerdo a los datos observados. Existe un error de alrededor de 5.2 mm por debajo de la medición patrón.

Para el sensor 4 la precisión es de ± 5.5 mm de acuerdo a los datos observados. Existe un error de alrededor de 10.34 mm por debajo de la medición patrón.

*Obtención de los parámetros de la ecuación*

En la Tabla 4 se muestra el tratamiento dado a los datos para obtener los parámetros y nuevos resultados implementando el método de los mínimos cuadrados, se procesaron matemáticamente con las ecuaciones anteriormente descritas para obtener parámetros como el valor de las constantes m y b para cada uno de los sensores.

TABLA 4: OBTENCIÓN DE PARÁMETROS DE MÍNIMOS CUADRADOS PARA SENSOR 1.

**Método de mínimos cuadrados S1**

X	Y	X*Y	X*X	Y=mX+b
1	7.95	7.95	1	7.89
2	8	16	4	7.84
3	7.7	23.1	9	7.80
4	7.4	29.6	16	7.75
5	6.9	34.5	25	7.71
6	8	48	36	7.66
7	7.15	50.05	49	7.62
8	7.6	60.8	64	7.57
9	7.95	71.55	81	7.53

10	7.65	76.5	100	7.48	
11	8.35	91.85	121	7.44	
12	7.6	91.2	144	7.39	
13	7.5	97.5	169	7.35	
14	7.35	102.9	196	7.30	
15	7.55	113.25	225	7.26	
16	7.45	119.2	256	7.22	
17	7.8	132.6	289	7.17	
18	7.15	128.7	324	7.13	
19	6.55	124.45	361	7.08	
20	6.55	131	400	7.04	
21	6.65	139.65	441	6.99	
22	5.9	129.8	484	6.95	
23	6.8	156.4	529	6.90	
24	6.15	147.6	576	6.86	
25	7.05	176.25	625	6.81	
26	6	156	676	6.77	
27	7.15	193.05	729	6.72	
n=	28	8.05	225.4	784	6.68

$$\sum x = 406 \quad \sum y = 203.9 \quad \sum(x * y) = 2874.85 \quad \sum x^2 = 7714$$

$$m = \frac{n * \sum(x * y) - \sum x * \sum y}{n * \sum x^2 - |\sum x|^2} = -0.04471$$

$$b = \frac{\sum y * \sum x^2 - \sum x * \sum(x * y)}{n * \sum x^2 - |\sum x|^2} = 7.97.3055$$

En la Tabla 5 se observa cómo se obtuvo los parámetros de la ecuación del método de mínimos cuadrados para el sensor 1, mismos que procedieron de la recopilación de datos de los 3 días de pruebas de esa primera etapa, en dicha tabla se observa la implementación de las ecuaciones 2 y 3 de la sección de marco teórico.

TABLA 5: CONCENTRADO DE VALORES OBTENIDOS POR MEDIO DEL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS POR SENSOR.

<b>Parametros para ecuación sensor 1</b>				
	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
Valor n	28	28	28	28
Sum. X	406	406	406	406
Sum. Y	203.9	923.95	414.15	326.35
Sum. X*Y	2874.85	13380.6	6017.5	4636.45
Sum x exp2	7714	7714	7714	7714
Valor m	-0.04447	-0.00912	0.006746	-0.0523
Valor b	7.9305	33.1305	14.6932	12.4142
Y=mx+b	7.8858	33.1214	14.7	12.3619

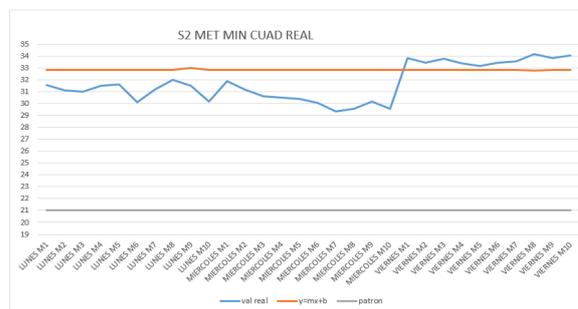


Figura 3: Grafica de aplicación del método M.C. al sensor 2.

Tal como se observa en la figura 3, ahora ya se obtiene una línea recta sin las variaciones bruscas de las tablas de la etapa anterior a esta, con esto se logra un gran avance en

cuanto a la corrección de la precisión se refiere, es decir la variación el valor máximo y mínimo de este conjunto de datos (varianza) se redujo drásticamente.

TABLA 6: RESULTADOS TEORICOS DE APLICACIÓN DEL METODO.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
<b>Prom, Prom</b>	7.604	32.8477	14.7732	11.82
<b>Max</b>	7.782	32.99	14.8005	11.978
<b>Min</b>	7.4805	32.818	14.289	11.6935
<b>Max-Min</b>	0.3015	0.178	0.5115	0.2845
<b>Prom-patron</b>	6.3958	-11.8477	5.2268	10.1705
<b>Varianza</b>	0.0061	0.0010	0.0083	0.0072
<b>% de error</b>	45.6847	56.4177	23.13	46.2503

**Precisión corregida**

Como se observa en la Tabla 6, se puede realizar una comparativa entre la precisión obtenida en la etapa 1 de la metodología y la obtenida en este punto con las mediciones de la ecuación implementada, recordando que entre más cercano sea el valor a cero, más preciso es el resultado.

7: COMPARATIVA DE VARIANZA POR FASES.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
<b>Varianza Fase 1 (mm<sup>2</sup>)</b>	0.4218	0.3550	0.7211	1.9628
<b>Varianza Fase 2 (mm<sup>2</sup>)</b>	0.0058	0.0001	0.000017	0.0046
<b>F1-F2 (mm<sup>2</sup>)</b>	0.4160	0.3549	0.7210	1.9582
<b>% reducción de la varianza</b>	98.61 %	99.95 %	99.99 %	99.76 %

**Corrección de la exactitud**

Después del análisis de gráficas y tablas de la sección anterior en este apartado se establece cruzar datos para obtener una medición con el parámetro de la exactitud también corregida, de una manera más específica se utilizará el dato de la Tabla 7 de la sección concentrado de datos que corresponden a parámetro de la diferencia entre el promedio de las mediciones con el método de los mínimos cuadrados ya implementado y la medida patrón esperada en cada uno de los 4 sensores, este valor se le suma a al valor de la constante b calculada en la Tabla 8 para cada sensor y con ello se pretende acercar los valores de cada uno de los sensores y así obtener una gráfica que se acerque lo más posible a la recta de las mediciones patrón.

TABLA 8: CORRECCIÓN DE PARAMETROS DE EXACTITUD.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
<b>P = Med. patron (mm)</b>	14	21	20	22
<b>f = Med prom fase 2 (mm)</b>	7.6041	32.84	14.77	11.82
<b>d = P - f (mm)</b>	6.3958	-11.84	5.2268	10.1750
<b>B1 (mm)</b>	7.9305	33.1305	14.6932	12.4142
<b>B2=b1+d (mm)</b>	14.3264	21.2828	19.92	22.58

El parámetro modificado, así como su cálculo se observa más claramente en la tabla anterior, siendo el nuevo valor de la constante b el que se va a corregir e implementar en la ecuación.

Tal como se ve, ahora los resultados están en un formato lineal en cuanto al patrón y muy próximos a la medida real unos con otros.

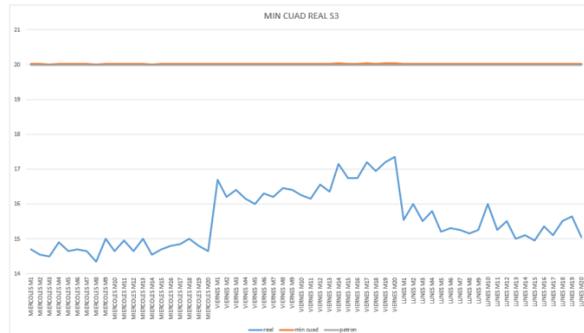


Figura 4: Grafica comparativa resultados medición real vs. método M.C.

Los resultados de la tabla 8, concentrado de promedios fase 3 de la sección anterior se muestran a continuación, aquí se aprecia los datos de los límites superior e inferior de las mediciones corregidas matemáticamente.

TABLA 9: CORRECCIÓN DE PARAMETROS DE VARIANZA.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
<b>Promedio de promedios</b>	13.92	20.98	20.0236	22.0625
<b>Max</b>	14.055	21.007	20.035	22.185
<b>Min</b>	13.828	20.9635	20.0145	21.97
<b>Max-min</b>	0.227	0.0435	0.0205	0.2105
<b>Prom- patron</b>	0.079	0.01630	-0.02365	-0.0625
<b>Varianza</b>	0.00585	0.0001	0.000031	0.0046
<b>Porcentaje de error</b>	0.5698	0.0776	-0.118	-0.2840

En la Tabla 9 se observa de una manera más fácil la obtención de resultados finales en cuanto a la exactitud se refiere, se observa el porcentaje de error existente en la primera fase, siendo el caso del sensor 2 el máximo exponente del error contando con un 57.13% de error respecto al patrón de medición, en el menor de los casos el error consistía en un 26.04% para el sensor 3.

TABLA 10: COMPARATIVA DE PORCENTAJES DE EXACTITUD.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
<b>Fase 1</b>	47.98 %	57.13 %	26.044 %	47.0211 %
<b>Fase 3</b>	0.5698 %	0.0776 %	0.1182 %	0.2840 %
<b>F1 - F3</b>	47.41 %	57.056 %	25.9263 %	46.7370 %
<b>Porcentaje de reducción</b>	98.8124 %	99.86 %	99.5459 %	99.3958 %

Como se observa en la Tabla 10 los resultados obtenidos con la implementación de este método ahora para el sensor 2 el error se reduce hasta un 0.0776% y en comparación con el error anterior este se redujo en un 99.86%. en el caso

con menor exactitud el sensor 1 reduce de un 47.98 % a un 0.56% es decir no alcanza valores ni si quiera cercanos al 1% de error.

*Determinación del desgaste de balatas*

En lo referente a el objetivo de lograr determinar el desgaste balatas, gracias a la corrección del error en las mediciones mediante el método de los mínimos cuadrados implementado en la programación de este sistema se obtuvo la correcta lectura de la distancia y con ello la determinación del porcentaje de desgaste por balata. Dicho arreglo matemático se observa en la Tabla 11.

TABLA 11: DETERMINACIÓN DE PORCENTAJE DE DESGASTE EN BALATAS.

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4
Posición de rueda	Del. Derecha	Del. Izquierda	Tras. Derecha	Tras. Izquierda
Medida patron (mm)	14	14	8.5	8.5
Medida con desgaste (mm)	3.5	6	8.5	8.5
Porcentaje de vida útil	25 %	43 %	100 %	100 %
Porcentaje de desgaste	75 %	57 %	0 %	0 %

V. CONCLUSIONES

*Corrección del error de medición*

Por parte de este trabajo de investigación se obtienen los siguientes resultados finales por sensor los cuales se enlistan a continuación.

Sensor 1: Varianza 0.0058, Exactitud 99.43%, Precisión ± 0.07977 mm Error 0.5698 %

Sensor 2: Varianza 0.0001745, Exactitud 99.92%, Precisión ± 0.01630 mm Error 0.06765 %

Sensor 3: Varianza 0.00003178 , Exactitud 99.88%, Precisión ± 0.02365 mm Error -0.118249%

Sensor 4: Varianza 0.004611 , Exactitud 99.71%, Precisión ± 0.0625 mm Error -0.284090%

En la figura 5 se muestra el prototipo con los sensores e interfaz gráfica instalada.



Figura 5. Prototipo

Considerando dichos resultados se deduce que los niveles de precisión y exactitud son por demás aceptables, en lo particular para el caso de este prototipo proporcionará medidas fiables para la detección del desgaste de las pastillas de frenos, ya que mediante la corrección del error por medio del uso del método de mínimos cuadrados se logró la hipótesis planteada de obtener valores del error inferiores a un 1%, dichos resultados avalan que el diseño y construcción de este prototipo es funcional y en efecto constituye el fundamento para la experimentación y continuidad de este sistema, por lo tanto se realizara ver su aplicación en un vehículo y ver su fiabilidad en un uso practico, así como ver las posibles modificaciones que se necesiten.

REFERENCIAS

[1] Ruiz, G.G. (2003). Los orígenes del método de mínimos cuadrados. SAMA, Vol. 43, pp 31-37

[2] Kong, M. , Li, D. & Zhang D. (2018) Research on the Application of Improved Least Square Method in Linear Fitting. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 252.

[3] X. He, Z. Wang, Y. Liu and D. H. Zhou, "Least-Squares Fault Detection and Diagnosis for Networked Sensing Systems Using A Direct State Estimation Approach," in IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 9, no. 3, pp. 1670-1679, Aug. 2013, doi: 10.1109/TII.2013.2251891.

[4] Blog Motor MAPFRE. “Sensores de desgaste de freno: cómo funcionan –canalMOTOR”. Blog Motor MAPFRE. Accedido el 20 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible: <https://www.motor.mapfre.es/consejos-practicos/consejos-de-mantenimiento/sensor-desgaste-freno/>

[5] S. Ganeshkumar, B. V. Nitishkumar y T. Nishanth Kumar, “A REVIEW ARTICLE ON BRAKE PAD WEAR SENSOR”, Int. J. Scientific Res. Eng. Develop., vol. 3, n.º 3, 2020, art. n.º 160.

[6] Chetan C. Harlapur, Priyatamkumar Kadiyala, Ramakrishna S.(2019). Brake pad wear detection using machine learning, International Journal of dvanice Research, Ideas and Innovations in Technology, www.IJARIIT.com.

[7] Higgins, D. T. (2004). Estados Unidos Patente n° US20060042734A1.

[8] Creus. A.(2010). Instrumentación industrial. México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.

[9] Renan, G.R. (2014).Mínimos cuadrados. San Salvador: Universidad Francisco Gavidia.

[10] Pololu Corporation. (15 de enero de 2021). pololu.com. Obtenido de pololu.com: <https://www.pololu.com/product/2490>