# Sintonización del controlador de un robot móvil omnidireccional mediante un problema de optimización multiobjetivo.

1<sup>st</sup> Omar Serrano-Perez Departamento de Posgrado Instituto Politécnico Nacional, (CIDETEC-IPN) Ciudad de México, México oserranop1500@alumno.ipn.mx 2<sup>nd</sup> Miguel G. Villarreal-Cervantes Departamento de Posgrado Instituto Politécnico Nacional, (CIDETEC-IPN) Ciudad de México, México mvillarrealc@ipn.mx

3<sup>rd</sup> Alejandro Rodríguez-Molina División de Estudios de Posgrado e Investigación Tecnológico Nacional de México (IT de Tlanepantla) Estado de México, México alejandro.rm@tlanepantla.tecnm.mx

Abstract—En este trabajo se propone un enfoque de optimización dinámica multiobjetivo fuera de línea, para dar solución a la búsqueda de las ganancias del controlador en el espacio de operación para un RMO en el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal. El problema de optimización dinámica se resuelve por medio del algoritmo evolución diferencial multiobjetivo con mecanismos de promoción de diversidad. Resultados en simulación muestran un alto rendimiento del sistema de control con las ganancias obtenidas mediante el enfoque propuesto.

Index Terms—Sintonización del Controladores, Robot Róvil Omnidireccional, Problema de Optimización Multiobjetivo

# I. INTRODUCCIÓN

Los robots móviles omnidireccionales (RMO) son ampliamente usados en una gran variedad de aplicaciones, debido a que son una alternativa practica para conseguir la movilidad en terrenos firmes y libres de obstáculos, principalmente en espacios estrechos, ya que presentan la ventaja de realizar un movimiento simultáneo e independiente de traslación y rotación, permitiendo obtener velocidades de respuesta relativamente altas y precisas para la ejecución de cualquier tarea requerida. El problema de control en los robots móviles se basa principalmente en el diseño y sintonización de su sistema de control para realizar una tarea en específico [1]. Diversos autores resaltan en sus investigaciones que para mejorar el rendimiento de los sistemas de control es necesario diseñar controladores que puedan garantizar el mejor desempeño posible. No obstante, una vez que se obtiene el controlador que cumple con las especificaciones antes mencionadas, el diseñador debe sintonizar las ganancias del sistema de control con el fin de garantizar un cierto comportamiento en la planta. Por lo tanto, para realizar una tarea con mayor precisión se requiere de una buena sintonización.

El controlador PID, es una de las estrategias de control de bajo nivel más utilizadas y su respuesta depende de la configuración de sus parámetros de control. Existen diversos trabajos de investigación donde implementan el controlador

Se agradece al Instituto Politécnico Nacional, CONACYT y a la SIP por financiar este trabajo de investigación.

PID para resolver tareas de seguimiento de trayectoria de robots manipuladores [2], [3], control de movimiento, orientación y velocidad de vehículos terrestres [4], control de la temperatura de líquidos o materiales con gran precisión [5], [6], control en el vuelo de vehículos aéreos no tripulados [7], control para el desplazamiento con altas velocidades en robots móviles [8], entre otros. Con respecto a lo anterior, se observa el gran auge del uso del controlador PID por sus prestaciones de implementación [9], [10].

Se han propuesto y usando diversas metodologías para la sintonización de dichos controladores a través del tiempo, las cuales se pueden clasificar en cuatro grupos [11], [12]: métodos analíticos, métodos heurísticos, métodos de optimización (fuera de línea) y métodos adaptables (en línea). Debido a la necesidad de realizar sistemas más precisos con varios requisitos de rendimiento, los métodos de optimización en la sintonización de controladores son una opción viable. En éstos se formula el problema de sintonización como uno de programación matemática y se utilizan técnicas de optimización numérica para resolverlo. En las últimas décadas estos problemas se han resuelto utilizando algoritmos metaheurísticos, los cuales están bioinspirados en conceptos de la teoría de evolución natural, la supervivencia del más apto en la naturaleza, la organización social y cultural de individuos, entre otros. Algunos de los beneficios de este tipo de sintonización se pueden observar en el seguimiento de luz solar para paneles fotovoltaicos [13], en la dosificación del medicamento en el tratamiento de cáncer [14], en el diseño integrado estructura-control de sistemas mecatrónicos [15], [16], entre otros. La principal motivación para utilizar este tipo de algoritmos se relaciona con su capacidad para encontrar soluciones adecuadas a problemas complejos, a un costo computacional razonable, sin requerir información o condiciones adicionales como linealidad o diferenciabilidad de las funciones objetivo o restricciones [17]. Sin embargo, hoy en día, los problemas de ingeniería de control generalmente son problemas con múltiples objetivos; lo que significa que hay varios requisitos que deben cumplirse [18], [19]. Algunos ejemplos proponen la sintonización de los parámetros del controlador PID para un sistema de control de clima de invernadero utilizando un algoritmo evolutivo basado en múltiples medidas de rendimiento [20], sintonizar el controlador PID de una maquina para la elaboración de papel [21], optimización de estructuras rígidas ligeras [22], diseño de la red de la cadena de suministro ecológicas [23], resistencia a los choques de los vehículos en impactos frontales [24], entre otros. Dichas técnicas de optimización multiobjetivo abordan este problema desde una perspectiva particular y buscan un conjunto de soluciones potencialmente preferibles; el diseñador puede entonces analizar las compensaciones entre ellos y seleccionar la mejor solución de acuerdo con sus preferencias.

Por tal motivo, en este trabajo se presenta un enfoque de sintonización del controlador de un RMO con base en la formulación de un problema de optimización dinámica multiobjetivo fuera de línea, con el objetivo de realizar la tarea de control de seguimiento de una trayectoria altamente no lineal.

#### II. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

Con el objetivo de resolver el problema de sintonización del controlador de un RMO, se plantea un problema de optimización dinámica multiobjetivo para encontrar los parámetros adecuados del controlador en el espacio de operación de RMO. En la Figura 1 se muestra una representación esquemática del RMO utilizado en este trabajo, para más detalle del robot móvil consultar en [25]. En este trabajo se considera minimizar los errores de posición y velocidad producidos en el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal.



Fig. 1. Diagrama esquemático del robot móvil omnidireccional.

# A. Función objetivo

En este trabajo se propone dos objetivos de diseño, minimizar el error de posición y velocidad producido en el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal. Los errores de posición lineales y angulares están denotados como  $e_1 = \bar{x}_d - x_1$ ,  $e_2 = \bar{y}_d - x_2$  y  $e_3 = \bar{\phi}_d - x_3$  y los errores de velocidad están denotados como  $\dot{e}_1 = \dot{x}_d - x_4$ ,  $\dot{e}_2 = \dot{y}_d - x_5$  y  $\dot{e}_3 = \dot{\phi}_d - x_6$ , respectivamente. Para cuantificar el desempeño del RMO de dichos objetivos, se propone utilizar la suma de las integrales de los errores de posición y velocidad linealangular, respectivamente. Por lo tanto, las funciones objetivo propuestas en este trabajo se expresan por las ecuaciones (1)-(2). Para normalizar las unidades de los errores producidos en el sistema, se realiza una conversión del espació angular al espacio lineal el error producido en la orientación del RMO denotado en la función objetivo por el término  $L^2$ , el cual representa la distancia del centro del robot móvil hasta su llanta.

$$J_1 = \int_0^{tf} e_1^2 dt + \int_0^{tf} e_2^2 dt + L^2 \int_0^{tf} e_3^2 dt$$
 (1)

$$J_2 = \int_0^{tf} \dot{e}_1^2 dt + \int_0^{tf} \dot{e}_2^2 dt + L^2 \int_0^{tf} \dot{e}_3^2 dt$$
(2)

#### B. Variables de diseño

Se propone el controlador PD en el espacio de operación del RMO, el cual se expresa en la ecuación (3).  $k_p = diag[k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}] \in \Re^{3 \times 3}$  y  $k_d = diag[k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}] \in \Re^{3 \times 3}$ son las matrices de ganancias del controlador PD, la matriz Jacobiana  $J = \Re^{3 \times 3}$  está dada por la ecuación (4), la cual relaciona las fuerzas y pares ejercidos en el robot móvil con las fuerzas ejercidas por sus ruedas,  $e = [e_1, e_2, e_3]^T \in \Re^3$ es el vector que contiene los errores de posición y  $\dot{e} =$  $[\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3]^T \in \Re^3$  es el vector que contiene los errores de velocidad.

$$u = \breve{J}^T (k_p e + k_d \dot{e}) \tag{3}$$

$$\vec{J} = \begin{bmatrix}
\frac{-\sin x_3 + \sqrt{3}\cos x_3}{3} & \frac{2}{3}\sin x_3 & -\frac{\sin x_3 + \sqrt{3}\cos x_3}{3} \\
\frac{\cos x_3 + \sqrt{3}\sin x_3}{3} & -\frac{2}{3}\cos x_3 & \frac{\cos x_3 - \sqrt{3}\sin x_3}{3L} \\
\frac{1}{3L} & \frac{1}{3L} & \frac{1}{3L}
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
4
\end{bmatrix}$$

Por tal motivo, en este trabajo se propone como el vector resultante de variables de diseño p las ganancias del controlador PD en el espacio de operación del RMO, denotado por la ecuación (5).

$$p = [k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}]^T$$
(5)

## C. Restricciones de diseño

Para la formulación del problema de optimización dinámica multiobjetivo, se contempla el modelo dinámico del RMO expresado en el espacio de estados en [25]. Dicho modelo se establece como una restricción dinámica en su forma de ecuaciones diferenciales, tal como se observa en (6). Este modelo dinámico se obtuvo mediante la formulación Euler-Lagrange, en donde se consideraron las siguientes asunciones: el robot se mueve sobre una superficie plana, no existen elementos flexibles en la estructura del robot y ruedas, el deslizamiento es despreciable y no se considera ningún tipo de fricción en los elementos móviles.

 $\begin{array}{l} x = \left[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\right]^T = \left[x_w, y_w, \phi_w, \dot{x}_w, \dot{y}_w, \dot{\phi}_w\right]^T \in \\ \Re^6 \hspace{0.1 cm} \text{es el vector de estado correspondiente a la posición y} \end{array}$ 

velocidad lineal-angular del RMO con respecto al sistema de coordenadas inercial  $X_w - Y_w$  (ver Fig (1)) y  $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T \in \Re^3$  es el vector de par de entrada en las ruedas del móvil.

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x, p) + g(x, p)u \tag{6}$$

Para la señal de control denotada como u del modelo dinámico del RMO, se propone un sistema de control en lazo cerrado el cual está definido por el controlador PD. Dicho controlador se utiliza para el seguimiento de una trayectoria en el espacio Cartesiano que debe seguir el RMO, por lo cual en este trabajo se propone una trayectoria parametrizada denominada función hipocicloide y, asimismo, se propone una orientación la cual debe seguir el RMO de forma cosenoidal. Dicha trayectoria parametrizada se presenta en (7)-(9), donde t se define como la variable del tiempo y  $(f = \frac{1}{30}, f_{\phi} = \frac{1}{30})$  son las variables que representan las frecuencias en la trayectoria. Al comienzo de la trayectoria propuesta, el RMO debe posicionarse suavemente al punto inicial de la función hipocicloide en t = 5s, donde la trayectoria suave se genera a través de un polinomio de Bézier de  $5^{to}$ orden ( $\varphi = \Delta^5(126 - 420\Delta +$  $540\Delta^2 - 315\Delta^3 + 70\Delta^4)$ ). Después del tiempo t = 5s, se genera la trayectoria de la función hipocicloide hasta el tiempo t = 65s, obteniendo una trayectoria completa altamente no lineal.

$$\bar{x}_d = 0.8181 \cos(2\pi ft) + 0.1818 \cos(9\pi ft) \quad \forall t > 5$$
 (7)

$$\bar{y}_d = 0.8181 \sin(2\pi f t) - 0.1818 \sin(9\pi f t) \quad \forall t > 5$$
 (8)

$$\phi_d = 0.4363 \cos(2\pi f_\phi t) \qquad \forall t > 5 \quad (9)$$

# D. Formulación del problema de optimización multiobjetivo para la sintonización del controlador PD del RMO

Formalmente el problema de optimización dinámica multiobjetivo fuera de línea se establece por las ecuaciones (10)-(12). Las funciones objetivo consideran minimizar la suma los errores de posición y velocidad lineal-angular del RMO. El problema está sujeto a la restricción dinámica del sistema, la cual se expresa como una ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico del RMO [25]. Por último, el vector de variables de diseño p establece encontrar las ganancias del controlador PD del RMO.

 $\min_{p^* \in \Re^6} \ [J_1, J_2]^T$ 

sujeto a:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,p) + g(x,p)u \tag{11}$$
$$x(0) = x_0$$

(10)

$$p_{min}$$

#### III. EVOLUCIÓN DIFERENCIAL MULTIOBJETIVO (EDMO)

El algoritmo de Evolución Diferencial es un método de optimización presentado a fines de los noventa en [26].

Dicho algoritmo se basa en teoría de evolución natural de la supervivencia del más apto en la naturaleza. Entre las ventajas más representativas de este algoritmo está el no requerir información adicional sobre el problema durante la búsqueda de las soluciones, tal como, el gradiente, la matriz Hessiana, condiciones iniciales de búsqueda, etc. Sin embargo, es un algoritmo numérico que realiza una búsqueda directa y estocástica. Por lo tanto, no garantizan la obtención de soluciones factibles u óptimas.

Por consiguiente, para resolver el problema de optimización dinámica multiobjetivo propuesto en la sección II, se propone utilizar el algoritmo EDMO implementado en [27]. Este algoritmo tiene una gran aceptación en diversas áreas de investigación por poseer propiedades adecuadas de convergencia y robustez, además de tener menos parámetros a sintonizar del algoritmo. Algunos ejemplos se observan en la sintonización en línea de controladores [11], diseño de sistemas mecatrónicos óptimos [28], entre otros. Este algoritmo emplea un mecanismo de diversidad para generar más soluciones en el frente de Pareto (FP) mediante el cálculo de la distancia de agrupamiento (también conocido como Distancia de Crowding). Además, se utiliza un archivo externo para mantener a los mejores individuos basado en la dominancia de Pareto a través del proceso de optimización. Dicha propuesta intercambia individuos almacenados en la memoria externa para proporcionar la información al proceso de mutación, lo que significa que los individuos requeridos en el proceso de mutación se toman de la población actual o en la memoria externa. El algoritmo 2 muestra cómo calcular la distancia de agrupamiento, donde el parámetro de selección normal (SN) se introduce para la selección de vectores aleatorios en el proceso de mutación.

Por tal motivo, para resolver el problema propuesto en este trabajo, los parámetros que se establecen para el algoritmo de EDMO son: tamaño de la población NP = 50, parámetro SN = 0.4 el cual indica el porcentaje de generaciones para la selección de los 3 vectores aleatorios dentro del archivo externo, parámetro de porcentaje de soluciones no dominadas mayor distancia  $P_SN = 0.3$  y por último, una condición de paro representada por el número de generaciones Gmax = 2000 son establecidos empíricamente a través de diversas pruebas. El factor de escala  $F_i$  y factor de cruza de  $CR_i$  son seleccionados a través de la propuesta en [29]. Dicha propuesta conduce a obtener mejores individuos con una mayor probabilidad de sobrevivir y producir descendencia.

## IV. RESULTADOS

En esta sección se discuten los resultados obtenidos al resolver el problema de optimización dinámica multiobjetivo para la sintonización del controlador PD propuesto. El problema

Se establecen los elementos necesarios para resolver el problema de optimización dinámica propuesto. Por consiguiente, es necesario definir algunos parámetros para los dos problemas de optimización; los límites del vector de variables

Algoritmo 1: Evolución Diferencial Multiobjetivo (variante Rand/1/Bin) utilizando distancia de agrupamiento (crowding distance).

1 Begin

 $\mathbf{2} \ G \gets \mathbf{1}$ 3  $Mem\_Ext \leftarrow \emptyset$ 4 Generar una población inicial con individuos aleatorios  $\vec{x}_i^G$  en el espacio de búsqueda  $\forall i = 1, \dots, NP$ s Evaluar  $J_i(\vec{x}_i^G)$ ,  $g_j(\vec{x}_i^G)$  y  $h_k(\vec{x}_i^G)$ , para cada individuo  $\vec{x}_i^G$  con i = 1, ..., NP6 while  $G < G_{max}$  do 7 for  $i \leftarrow to NP$  do  $Bandera \leftarrow false$ 8 if  $G < SN \cdot G_{max}$  then 9 Seleccionar aleatoriamente los índices  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ , donde  $\forall i = 1, \dots, NP$ 10 else 11 if  $|Mem\_Ext| < 3$  then 12 Selectionar aleatoriamente los índices  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ , donde  $\forall i = 1, \dots, NP$ 13 else 14 Ordenar de forma descendente la memoria externa con respecto a la distancia de agrupamiento. 15 16  $s = |Mem Ext| \cdot P SN$ Seleccionar aleatoriamente los índices  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$  con base en la distancia de agrupamiento en  $[1, \lceil s \rceil]$ 17  $Bandera \leftarrow true$ 18 end 19 end 20  $j_{rand} \leftarrow randint([1, D])$ 21 for  $j \leftarrow to D$  do 22 if  $rand([0,1]) < CR_i$  or  $j = j_{rand}$  then 23  $if \ Bandera \ then$ 24  $u_{i,j}^G = Mem\_Ext_{r_1,j}^G + F_i(Mem\_Ext_{r_2,j}^G - Mem\_Ext_{r_3,j}^G)$ 25 26 else  $u_{i,j}^G = x_{r_1,j}^G + F_i(x_{r_1,j}^G - x_{r_1,j}^G)$ 27 end 28 else 29  $\boldsymbol{u}_{i,j}^G = \boldsymbol{x}_{i,j}^G$ 30 end 31 end 32 Evaluar  $J_i(\vec{u}_i^G)$ ,  $g_i(\vec{u}_i^G)$  y  $h_k(\vec{u}_i^G)$ , para cada individuo  $\vec{u}_i^G$  con i = 1, ..., NP33  $\vec{x}_i^{G+1} \leftarrow \text{Dominancia}_{i} \text{ de}_{i} \text{ Pareto } (\vec{x}_i^G, \vec{u}_i^G)$ 34 35 end  $G \leftarrow G + 1$ 36  $Mem\_Ext \leftarrow Mem\_Ext \cup Conjunto\_ no\_ dominado(\vec{x}_i^G)$ 37 Evalúar Dist\_Agrupamiento(Mem\_Ext) 38 39 end 40 end

de diseño p, donde se establecen empíricamente para los enfoques como  $p_{min} \in [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T \in \Re^6$  y  $p_{max} \in [5000, 5000, 5000, 500, 500, 500]^T \in \Re^6$ . Para realizar pruebas en simulación del comportamiento del RMO, se utilizaron los valores nominales de los parámetros cinemáticos y dinámicos del prototipo real del RMO de [25], tal como se muestra en la Tabla I. Se utiliza el método de integración de Euler con la condición inicial  $x^0 = \mathbf{0} \in \Re^6$ , con un tiempo de integración  $\Delta t = 5ms$  y un tiempo final  $t_f = 65s$ .

El FP resultante con las soluciones no dominadas obtenidas mediante del uso del algoritmo EDMO se muestra en la Fig. 2.

Se observa que la mayoría de las soluciones obtenidas tienden hacía una región del FP. Esto se atribuye a la preferencia establecida en el proceso de mutación de obtener la información de los individuos con mayor distancia de agrupamiento en el FP. Además en dicha figura se resaltan a los individuos de los extremos del FP y una solución que cumple de mejor manera ambos compromisos propuestos (solución rodilla del FP), denotados como Solución A, B y C, respectivamente. En la Tabla II se muestra los valores de la aptitud de los individuos de dichas soluciones, donde dicha tabla muestra la siguiente distribución; en la primer columna se muestra el

Algoritmo 2: Obtención de la distancia de Agrupamiento (crowding distance).	
1 begin	
2 for $j \leftarrow 1$ to $ Mem\_Ext $ do	
$3  Dist_A_j \leftarrow 0$	
4 end	
5 for $i \leftarrow 1$ to $ J_i $ do	
6 Ordenar de forma descendente el conjunto no dominado	
de soluciones ( $Mem\_Ext$ ) con respecto a la función $J_i$ .	-
7 $Dist_A_1 \leftarrow \infty$	
8 $Dist_A_{ Mem_Ext } \leftarrow \infty$	
9 for $j \leftarrow 2$ to $ Mem\_Ext  - 1$ do	
10 $Dist_A_j \leftarrow Dist_A_j + \frac{ J_{i,j-1} - J_{i,j+1} }{J_{i,max} - J_{i,min}}$	
11 end	
12 end	
13 end	

Tabla I Parámetros cinemáticos y dinámicos del RMO.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
r	Radio de la llanta	0.0625	m
L	Dist. del centro a la llanta	0.2869	m
m	Masa del robot móvil	16.3194	kg
J	Inercia de la llanta	5.82E-4	$kg \cdot m^2$
Iz	Inercia del robot móvil	0.5168	$kg \cdot m^2$

caso de estudio propuesto y en la segunda tercera columna, se muestra el valor de la función objetivo que considera la minimización de los errores de posición y velocidad linealangular en el seguimiento de la trayectoria propuesta. Se puede observar que para el caso de la funciones objetivo  $J_1$  y $J_2$ , los resultados obtenidos en el FP se encuentran dentro de un intervalo de error de 2E - 6.

Tabla II Desempeño de las funciones objetivo propuestas.

Puntos FP	$J_1$	$J_2$
Solución A	9.354822E-8	1.434589E-5
Solución B	4.622409E-7	1.204064E-5
Solución C	1.923333E-6	1.200653E-5

Por otra parte, en la Tabla III se muestran las ganancias obtenidas por las soluciones A, B y C. Se puede observar que las soluciones A y C, sus ganancias  $k_{p1}$  o  $k_{p2}$  del controlador PD, tienden a las cotas máximas  $(p_{max})$  establecidas en el espació de búsqueda del problema de optimización dinámica multiobjetivo propuesto, restringiendo la búsqueda de soluciones óptimas con el mejor compromiso posible entre las funciones propuestas. La solución B, muestra un conjunto de ganancias del controlador no llegan a las cotas máximas, por lo que dicha solución se encuentra dentro del espacio factible de búsqueda propuesto. Por ta motivo, dicha solución B tiene un mejor equilibrio en la minimización de ambos compromisos de diseño.

En la Figura 3 se muestra el comportamiento de la posición y velocidad lineal-angular en el seguimiento de la trayectoria altamente no lineal con el vector de variables de diseño



Fig. 2. Frente de Pareto para el problema de sintonización del controlador PD.

de la solución B. Se puede observar que el RMO con las ganancias obtenidas mediante la solución B, realiza con un alto desempeño el seguimiento de trayectoria tanto en posición y velocidad, y demás, se observa que en promedio la señal de control suministrada a los motores del RMO es de  $\pm 0.1Nm$ , lo cual se establece dentro de los rangos de operación de motores ideales en prototipos de laboratorio. Por último, en la Fig. 4 se observa en promedio en el error de posición de 2.5E - 4m y 6E - 6rad, mientras que en la velocidad se observa un error en el rango de  $\pm 1E - 3m/s$  y  $\pm 4E - 4rad/s$ .

Tabla III GANANCIAS ÓPTIMAS DEL CONTROLADOR PD.

Puntos FP	$k_{p1}$	$k_{p2}$	$k_{p3}$	$k_{d1}$	$k_{d2}$	$k_{d3}$
Solución A	4999.97	4999.97	3326.31	27.13	25.01	18.11
Solución B	3801.68	4987.0	2022.46	409.86	425.51	14.64
Solución C	1553.63	4999.37	2117.77	410.10	426.07	16.32

# V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una propuesta para la sintonización del controlador PD de un robot móvil omnidireccional con base en la formulación de un problema de optimización dinámica multiobjetivo fuera de línea.

Al utilizar un enfoque multiobjetivo, se pudo observar que las ganancias obtenidas mediante las soluciones presentes en los extremos del frente de Pareto tienden a una alta sensibilidad en su valor nominal de la función de errores de posición en el seguimiento de la trayectoria, mientras que en la función de errores de velocidad no existe cambios abruptos en su valor nominal. Por lo tanto, en este trabajo se propuso utilizar una solución que minimice de mejor forma ambos objetivos propuestos.

Resultados en simulación, mostraron que las ganancias obtenidas al seleccionar el individuo que minimiza de mejor



Fig. 3. Resultados en simulación del comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria.



Fig. 4. Errores de posición y velocidad producidos en el seguimiento de trayectoria.

forma ambos objetivos obtuvieron un alto desempeño en el seguimiento de una trayectoria altamente no lineal, con un error promedio de posición 2.5E-4m y 6E-6rad y un error promedio en la velocidad  $\pm 1E - 3m/s$  y  $\pm 4E - 4rad/s$ .

Se propone como trabajo a futuro, implementar otro algoritmo o mecanismo para mejorar la exploración de soluciones no dominadas y así, para mejorar la diversidad en el frente de Pareto. Además, se propone realizar pruebas en un prototipo de laboratorio.

#### AGRADECIMIENTOS

Proyecto financiado por Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas (COFAA) y la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional bajo el proyecto 20200150. El primer autor reconoce el apoyo de CONACYT, COFAA y BEIFI a través de una beca para realizar estudios de posgrado en el Instituto Politécnico Nacional.

## REFERENCES

- W. Li, C. Yang, Y. Jiang, X. Liu, and C.-Y. Su, "Motion planning for omnidirectional wheeled mobile robot by potential field method," *Journal of Advanced Transportation*, vol. 2017, 2017. [Online]. Available: https://doi.org/10.1007/s40815-019-00739-2
- [2] S. Vasu et al., "Fuzzy PID based adaptive control on industrial robot system," Materials Today: Proceedings, vol. 5, no. 5, pp. 13055–13060, 2018.
- [3] I. Cervantes and J. Alvarez-Ramirez, "On the PID tracking control of robot manipulators," *Systems & control letters*, vol. 42, no. 1, pp. 37–46, 2001.
- [4] H. Li, X. Wang, S. Song, and H. Li, "Vehicle control strategies analysis based on PID and fuzzy logic control," *Procedia engineering*, vol. 137, pp. 234–243, 2016.
- [5] H. Huang, S. Zhang, Z. Yang, Y. Tian, X. Zhao, Z. Yuan, S. Hao, J. Leng, and Y. Wei, "Modified Smith fuzzy PID temperature control in an oilreplenishing device for deep-sea hydraulic system," *Ocean Engineering*, vol. 149, pp. 14–22, 2018.
- [6] J. Song, W. Cheng, Z. Xu, S. Yuan, and M. Liu, "Study on PID temperature control performance of a novel PTC material with room temperature Curie point," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 95, pp. 1038–1046, 2016.
- [7] R. Garcia, F. Rubio, and M. Ortega, "Robust PID control of the quadrotor

helicopter," IFAC Proceedings Volumes, vol. 45, no. 3, pp. 229-234, 2012.

- [8] V. Balaji, M. Balaji, M. Chandrasekaran, I. Elamvazuthi et al., "Optimization of PID control for high speed line tracking robots," *Procedia Computer Science*, vol. 76, pp. 147–154, 2015.
- [9] K. J. Åström and T. Hägglund, "The future of PID control," Control engineering practice, vol. 9, no. 11, pp. 1163–1175, 2001.
- [10] T. L. Blevins, "PID advances in industrial control," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 3, pp. 23–28, 2012.
- [11] M. G. Villarreal-Cervantes, A. Rodríguez-Molina, C. García-Mendoza, O. Peñaloza-Mejía, and G. Sepúlveda-Cervantes, "Multi-objective online optimization approach for the dc motor controller tuning using differential evolution," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 20393–20407, 2017.
- [12] M. G. Villarreal-Cervantes and J. Alvarez-Gallegos, "Off-line pid control tuning for a planar parallel robot using de variants," *Expert Systems* with Applications, vol. 64, pp. 444 – 454, 2016. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417416304080
- [13] M. M. Sabir and T. Ali, "Optimal PID controller design through swarm intelligence algorithms for sun tracking system," *Applied Mathematics* and Computation, vol. 274, pp. 690–699, 2016.
- [14] S. Algoul, M. S. Alam, M. A. Hossain, and M. A. Majumder, "Multiobjective optimal chemotherapy control model for cancer treatment," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 49, no. 1, pp. 51–65, 2011.
- [15] M. G. Villarreal-Cervantes, C. A. Cruz-Villar, J. Alvarez-Gallegos, and E. A. Portilla-Flores, "Differential evolution techniques for the structurecontrol design of a five-bar parallel robot," *Engineering Optimization*, vol. 42, no. 6, pp. 535–565, 2010.
- [16] M. G. Villarreal-Cervantes, C. A. Cruz-Villar, and J. Alvarez-Gallegos, "Synergetic structure–control design via a hybrid gradient-evolutionary algorithm," *Optimization and Engineering*, vol. 16, no. 3, pp. 511–539, 2015.
- [17] L. Araujo and C. Cervigón, Algoritmos evolutivos: un enfoque práctico. Alfaomega, 2009.
- [18] S. K. Singh, N. Katal, and S. G. Modani, "Multi-objective optimization of pid controller for coupled-tank liquid-level control system using genetic algorithm," in *Proceedings of the Second International Conference* on Soft Computing for Problem Solving (SocProS 2012), December 28-30, 2012, B. V. Babu, A. Nagar, K. Deep, M. Pant, J. C. Bansal, K. Ray, and U. Gupta, Eds. New Delhi: Springer India, 2014, pp. 59–66.
- [19] G. Reynoso-Meza, X. Blasco, J. Sanchis, and M. Martínez, "Controller tuning using evolutionary multi-objective optimisation: Current trends and applications," *Control Engineering Practice*, vol. 28, pp. 58 – 73, 2014.
- [20] H. Hu, L. Xu, R. Wei, and B. Zhu, "Multi-objective control optimization for greenhouse environment using evolutionary algorithms," *Sensors*, vol. 11, no. 6, pp. 5792–5807, 2011.
- [21] K. Nisi, B. Nagaraj, and A. Agalya, "Tuning of a pid controller using evolutionary multi objective optimization methodologies and application to the pulp and paper industry," *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, vol. 10, no. 8, pp. 2015–2025, 2019.
- [22] U. Andreaus, M. Colloca, D. Iacoviello, and M. Pignataro, "Optimaltuning pid control of adaptive materials for structural efficiency," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 43, no. 1, pp. 43–59, 2011.
- [23] F. Wang, X. Lai, and N. Shi, "A multi-objective optimization for green supply chain network design," *Decision support systems*, vol. 51, no. 2, pp. 262–269, 2011.
- [24] X. Liao, Q. Li, X. Yang, W. Li, and W. Zhang, "A two-stage multiobjective optimisation of vehicle crashworthiness under frontal impact," *International Journal of Crashworthiness*, vol. 13, no. 3, pp. 279–288, 2008.
- [25] O. Serrano-Pérez, M. G. Villarreal-Cervantes, J. C. González-Robles, and A. Rodríguez-Molina, "Meta-heuristic algorithms for the control tuning of omnidirectional mobile robots," *Engineering Optimization*, vol. 52, no. 2, pp. 325–342, 2020. [Online]. Available: https://doi.org/10.1080/0305215X.2019.1585834
- [26] R. Storn and K. Price, "Differential Evolution A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces," *Journal of global optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, 1997.
- [27] E. A. Portilla-Flores, E. Mezura-Montes, J. Alvarez-Gallegos, C. A. Coello-Coello, C. A. Cruz-Villar, and M. G. Villarreal-Cervartes, "Parametric reconfiguration improvement in non-iterative concurrent mechatronic design using an evolutionary-based approach," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 24, no. 5, pp. 757 – 771, 2011.

- [28] M. G. Villarreal-Cervantes, "Approximate and widespread pareto solutions in the structure-control design of mechatronic systems," *Journal* of Optimization Theory and Applications, vol. 173, no. 2, pp. 628–657, 2017.
- [29] J. Brest and M. S. Maučec, "Population size reduction for the differential evolution algorithm," *Applied Intelligence*, vol. 29, no. 3, pp. 228–247, 2008.