# Planificación inteligente de trayectorias para UAV en espacios continuos 3D utilizando metaheurísticas

Geovanni Flores Caballero CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional Ciudad de México floresgeovanni@hotmail.com Alejandro Rodríguez Molina Instituto Tecnológico de Tlalnepantla Tlalnepantla, Edo. Méx. alejandro.rm@tlalnepantla.tecnm.mx Mario Aldape Pérez CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional Ciudad de México maldape@ipn.mx Miguel Gabriel Villarreal Cervantes CIDETEC, Instituto Politécnico Nacional Ciudad de México mvillarrealc@ipn.mx

planificación de trayectorias para vehículos aéreos no tripulados en espacios continuos tridimensionales. El principal objetivo es minimizar la longitud de la trayectoria mientras se evitan colisiones, ajustando puntos de control dentro del espacio de navegación y entre el punto de partida y el punto de llegada del UAV. Lo anterior se plantea como un problema de optimización global con restricciones, en el cual, se considera la longitud total de la trayectoria como una función objetivo. Ahora bien, las restricciones están relacionadas con las colisiones que puede haber entre los obstáculos y la forma tridimensional de la trayectoria. También se incluye un mecanismo mejorado de búsqueda de trayectoria para hacer frente a escenarios complejos 3D, éste mecanismo es una variante del algoritmo A-Estrella (A-Estrella depurado) que es utilizado en el primer conjunto de soluciones candidatas de las metaheurísticas. El enfoque se prueba con tres escenarios complejos, en donde, el rendimiento de tres metaheurísticas conocidas, evolución diferencial (DE), optimización por enjambre de particulas (PSO) y algoritmo genético (GA) se estudian para encontrar una solución potencial para resolver la planificación de trayectorias del problema. Las trayectorias encontradas por evolución diferencial muestran un desempeño sobresaliente, mientras que las trayectorias propuestas por el algoritmo A-Estrella

Abstract-Este trabajo presenta un novedoso enfoque de

Keywords—Planificación de trayectoria, problema de optimización, vehículos aéreos no tripulados, metaheurística, espacios continuos.

depurado se adoptan como punto de comparación para

determinar las ventajas e inconvenientes de la propuesta.

#### I. INTRODUCCIÓN

La autonomía es una de las características principales y además muy deseables en los robots porque los dota de habilidades para realizar tareas complejas con una intervención humana mínima [1].

En el contexto de los robots móviles, la planificación de movimiento es uno de los problemas con más desafíos, debido a la gran cantidad de temas que deben de abordarse. Los problemas relacionados con la planificación del movimiento de los robots móviles incluyen la percepción del entorno, localización, reconstrucción de mapas, planificación de trayectorias y control de movimiento [2]. La planificación de movimiento se utiliza para determinar como un robot debe moverse para realizar una tarea con éxito. En la percepción, el robot móvil procesa los datos de los sensores del medio que le rodea, para poder identificar amenazas, obstáculos o agentes. En el caso de la localización y reconstrucción de mapas, determinan la posición del robot móvil con respecto del entorno que le rodea [2]. De acuerdo con las acciones o movimiento de un agente específico observado el objetivo del reconocimiento es deducir precisamente el comportamiento de ese agente.

La planificación de trayectoria engloba la búsqueda óptima de las trayectorias libres de colisión desde un punto inicial a un punto final en un espacio de navegación dado [2]. Finalmente, el control de movimiento resuelve varios controles, que son principalmente problemas para gobernar los movimientos del robot (dado por los actuadores y estabilizadores) de tal manera que siga con éxito la trayectoria optimizada y compensando la dinámica, incertidumbres y perturbaciones del robot [4].

Los temas mencionados en los párrafos anteriores se ajustan a diferentes y completas áreas de investigación. Entre ellas, la planificación de trayectorias es una de las más atractivas por la notable evolución de los robots móviles, que pueden navegar por los más diversos espacios [5]. Por lo tanto, éste trabajo se centra principalmente a un número más significativo de agentes y obstáculos, además de sus diferentes disposiciones, geometrías y comportamientos.

En una primera analogía, el problema de planificación de trayectorias es comparado con el problema de mover muebles (con geometrías complejas como un piano grande), de un lugar a otro dentro de una casa amueblada, donde la información sobre los objetos, ubicaciones y geometrías, es totalmente conocida [6]. Una definición más precisa se encuentra en [7], que indica que el problema de la planificación de la trayectoria es determinar las configuraciones intermedias adecuadas (posiciones y orientaciones) que un robot debe alcanzar para moverse con eficacia (distancia más corta posible) entre dos ubicaciones dentro de un espacio de trabajo evitando amenazas u obstáculos. Cuando es señalado un tipo particular de robot móvil, las características del problema de planificación de trayectoria asociado están delimitadas, es entonces que sobresale su relevancia, lo anterior es el caso de los vehículos aéreos no tripulados (UAV).

Los UAVs son robots móviles diseñados para navegar en el aire sin la necesidad de un humano a bordo, tienen un gran número de características y desde luego también ventajas, incluidos los bajos costos y la excelente maniobrabilidad [8]. Los UAVs son especialmente útiles para realizar tareas como manipulación de objetos, vigilancia transporte, búsqueda y rescate, mapeo y monitoreo [9]. Por estas razones, los campos de aplicación se incrementan diariamente, por ejemplo, en la milicia, construcción, salud, áreas de investigación y Desafortunadamente, diferentes servicios [10]. el inconveniente más crítico de los UAV, está relacionado con las limitaciones energéticas en cuanto a la capacidad de la batería a bordo. De esta forma, la efectividad de la planeación de caminos en el entorno de navegación del UAV se vuelve un aspecto muy importante. Generalmente, los problemas de planificación de trayectoria están relacionados con los espacios 3D, lo que los hace más difíciles en comparación con los robots móviles con ruedas, en muchos casos, los espacios de navegación 3D incluyen numerosos tipos de obstáculos con diferentes geometrías y configuraciones, por ejemplo, los muebles en una oficina de trabajo, o los numerosos tipos de objetos que se pueden encontrar en las habitaciones de una casa.

Durante décadas, muchos métodos han sido propuestos para resolver el problema de planificación de trayectorias en espacios tridimensionales. De acuerdo con [11], estos métodos pueden ser clasificados en cinco categorías, métodos basados en muestreo, basados en nodos, basados en modelos matemáticos, bioinspirados y multifusión. Esta última clasificación se refiere a la combinación de ciertas características de dos o más algoritmos para generar resultados que son producto de las ventajas de dos métodos diferentes. Los métodos basados en muestreo, requieren de una representación matemática del espacio de trabajo, ejemplos comunes de este tipo son los algoritmos RT (por sus siglas en inglés, Random Trees) árboles aleatorios, en [12], se utiliza el algoritmo RT junto con tres variaciones para muestrear con éxito las trayectorias factibles de tal manera que se eviten colisiones entre el UAV y los obstáculos en movimiento. En los algoritmos basados en nodos, el espacio de trabajo se conceptualiza como una rejilla o cuadrícula y la trayectoria factible se obtiene utilizando enfoques similares al conocido algoritmo de Dijkstra [13].

Dentro de esta categoría también se pueden encontrar algoritmos como A-Estrella o variantes de este algoritmo que permiten la planificación de trayectorias en línea para UAVs [14]. En el caso de los algoritmos basados en modelos matemáticos, se establece un problema de programación matemática dinámica, teniendo en cuenta las limitaciones relativas al entorno y al robot, por lo que, la trayectoria factible se obtiene como solución a tal problema mediante el uso de enfoques típicos de optimización clásica. Los métodos basados en modelos matemáticos no toman en cuenta todo el entorno o las funciones del móvil, por lo tanto, el comportamiento de estos elementos se modela dinámicamente como sistemas variables en el tiempo sujetos a restricciones cinemáticas y dinámicas. Un inconveniente crucial de estos métodos es el requisito de que se requiere de un modelo matemático que se ve críticamente afectado por las condiciones ambientales de los UAVs, incluidas las incertidumbres (discrepancias en los parámetros del modelo), las perturbaciones (ráfagas de viento) y la dinámica no modelada. En todos los métodos mencionados anteriormente se requiere una discretización del espacio de trabajo, lo anterior implica un compromiso entre la complejidad computacional y la precisión de la planificación de trayectorias. Cuanto mayor sea el tamaño de la rejilla menor será la precisión al igual que los recursos computacionales necesarios para la planificación y viceversa. Además, no se puede obtener una trayectoria óptima real con una discretización (sería necesaria una cuadrícula infinita).

Ahora bien, los algoritmos bioinspirados modelan el comportamiento de los fenómenos naturales para resolver problemas muy complejos para los cuales los métodos mencionados anteriormente no son lo suficientemente exitosos. Así, el problema de planificación de trayectorias se plantea como un problema de optimización considerando la información del entorno. Entre las técnicas bioinspiradas, las metaheurísticas han ganado popularidad debido a sus características atractivas y valiosas como, rendimiento y universalidad [15]. Estas técnicas suelen estar inspiradas en el funcionamiento de los sistemas naturales y abarcan campos de investigación completos como el cómputo evolutivo [16]. Hay varios enfoques de planificación de trayectorias para UAVs que adoptan este tipo de métodos, entre los más importantes en la literatura se pueden encontrar los algoritmos genéticos, el algoritmo por manada de lobos, el algoritmo por enjambre de partículas, el algoritmo por colonia de hormigas y el algoritmo de evolución diferencial junto con sus variantes. A pesar de que la mayoría de las metaheurísticas manejan problemas de optimización, la discretización del espacio de trabajo sigue siendo el enfoque preferido en los trabajos actuales. También se observa que en la mayoría de los trabajos actuales abordan el problema de optimización incorporando las restricciones como valores de penalización en una única función objetivo. Lo anterior puede resultar peligroso en muchos casos ya que no hay garantía de obtener un camino factible o incluso el camino factible más adecuado. Finalmente, los algoritmos bioinspirados utilizados en trabajos actuales no toman en cuenta la geometría completa de los obstáculos o el UAV, entonces, regiones valiosas del espacio de trabajo no se consideran en la búsqueda de la trayectoria.

El presente trabajo tiene como objetivo superar las dificultades encontradas en los métodos de planificación de trayectorias mencionados hasta el momento. Por lo tanto, se presenta un nuevo enfoque de planificación de trayectorias para vehículos aéreos no tripulados en entornos continuos 3D con obstáculos estáticos. En éste nuevo enfoque, el problema de planificación de trayectorias se presenta como un problema de optimización global restringido. Para ello, se propone un número de puntos de control entre los puntos de inicio y destino que deben optimizarse de manera que minimicen la longitud total de la trayectoria, de esta forma, las restricciones están relacionadas con el hecho de evitar obstáculos entre los puntos de control y los bordes que se generan con la representación geométrica de los obstáculos, que precisamente se encuentran modelados con recuadros delimitadores orientados (OBBs, por sus siglas en inglés), mientras que los puntos de control adoptan formas esféricas para facilitar la detección de colisiones. Por otra parte, se incluye un mecanismo de búsqueda de trayectoria mejorado basado en una variante del método tradicional A-Estrella, es decir, el A-Estrella depurado, se incluye en los algoritmos evolutivos (Evolución Diferencial, Genético y optimización por enjambre de partículas) para hacer frente a escenarios de planificación complejos. El mecanismo mejorado incorpora una trayectoria factible en el primer conjunto de soluciones candidatas de las metaheurísticas. Debido a que los tres algoritmos metaheurísticos ya mencionados son los más representativos, se consideran principalmente en la propuesta para resolver el problema y así comparar el enfoque de planificación de trayectorias propuesto con los resultados obtenidos por el algoritmo A-Estrella depurado.

El enfoque propuesto consta de tres pasos, el primero está relacionado con la representación del espacio de trabajo y todos los elementos que contiene (UAV, obstáculos, unto de inicio y punto de llegada), con esa información es posible formular un problema de optimización global restringido en este segundo paso, cuya solución contiene la trayectoria más corta posible compuesta por distintos puntos de control entre el inicio y el final predefinidos. La trayectoria debe garantizar

el camino libre de colisiones con los obstáculos y en el último paso el problema anterior se debe resolver utilizando una metaheurística para implantar esa solución en el UAV.

#### A. Representación del espacio de trabajo

El espacio de trabajo del UAV es el espacio de vuelo, es decir, el volumen alcanzado por el vehículo. La representación del espacio de trabajo y sus elementos se hace mediante volúmenes delimitadores con simples geometrías como esferas o cajas, estas geometrías permiten la ejecución de tareas complejas como la detección de colisiones a un bajo costo computacional.

Por lo tanto, el espacio de trabajo está representado por un eje cuadro delimitador (AABB, por sus siglas en inglés) [44], de dimensiones  $d^w = [x^w, y^w, z^w]^T$  y origen  $P_0^w =$  $[0,0,\frac{1}{2}z^w]^T$  como una caja de dimensión fija colocada en el suelo en el centro de la habitación o escenario. De forma análoga se utiliza un cuadro delimitador orientado (OBB) para simplificar la representación del UAV. Este último tiene una dimensión  $d^u = [x^u, y^u, z^u]^T$  y su origen y orientación cambian continuamente durante una misión de vuelo. La dimensión del OBB debe elegirse de tal manera que el cuadro delimitador se ajuste a la geometría del UAV y permita maniobras de corto alcance. Cabe mencionar que los || obstáculos también son representados por un OBB, dependiendo de la geometría del OBB, tal como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Representación de obstáculos mediante cuadros delimitadores orientados OBBs. a) Un cuadro delimitador (OBB) envuelve al sofá, en una representación del obstáculo más directa. b) Cuatro cuadros delimitadores (OBBs) envuelven a las principales partes del sofá en una representación de obstáculos más detallada.

Entonces un conjunto de  $n_o$  obstáculos es distribuido dentro del espacio de trabajo y sus correspondientes OBBs son representados como:  $B_k$ ,  $\forall k = 1, ..., n_o$ . Para cada  $B_k$ , el origen del OBB es colocado en el centro geométrico del obstáculo, mientras que la orientación y dimensión se eligen para ajustar con precisión la geometría del objeto original. Finalmente, el punto de inicio  $p_s$ , y el punto final,  $p_t$  son considerados como dos puntos 3D que pueden ser colocados arbitrariamente dentro del espacio de trabajo.

## B. Declaración del problema de optimización

Un problema de optimización global restringido puede plantear como en (1). El objetivo es encontrar el vector de variables de diseño x que minimice la función objetivo J(x). Los posibles valores de x pueden ser acotados por restricciones de desigualdad  $g_i(x)$ , restricciones de igualdad  $h_j(x)$ , y restricciones de caja dadas por el límite superior de x, denotado por  $x^{lb}$  y  $x^{ub}$  respectivamente.

$$\begin{split} \min_{x \in R^{N}} J(x) \\ \text{Sujeto a: } g_{i}(x) &\leq 0, i = 1, \dots, n_{1} \\ h_{j}(x) &= 0, j = 1, \dots, n_{2} \\ x_{k}^{lb} &\leq x_{k} \leq x_{k}^{ub}, k = 1, \dots, n \end{split}$$

Los elementos del problema de optimización se describen a continuación.

#### 1) Vector de variables de diseño

El vector de variables de diseño se puede observar en la ecuación (2), que incluye las coordenadas de cada punto de control 3D como sigue:  $p_l = [p_l^x, p_l^y, p_l^z]^T$ ,  $\forall l = 1, ..., n$  a lo largo de la trayectoria. El orden de los puntos dentro de *x* es importante, en el sentido de que cada punto de control en *x* está conectado con su predecesor y sucesor para definir una trayectoria como la que se muestra en la figura 2. En el caso del primer punto de control  $p_1$ , su predecesor es  $p_s$ , mientras que el sucesor del último punto de control  $p_n$ , es  $p_t$ . Es esencial mencionar que los puntos de control a lo largo de la trayectoria forman parte de un parámetro ajustable de acuerdo a las necesidades del planificador de trayectorias.





**Figura 2.** Trayectoria arbitraria que incluye el punto de inicio, tres puntos de control y el punto de llegada o punto final.

#### 2) Función Objetivo

La función objetivo en (3) determina la distancia de la trayectoria completa desde  $p_s$  hasta  $p_t$ , es decir, la suma de las distancias Euclidianas (obtenidas por la norma Euclidiana) entre todas las parejas consecutivas de puntos a lo largo de la trayectoria, incluidos  $p_s$  y  $p_t$ .

$$J(x) = \| p_s - p_l \| + \sum_{l=1}^{n-1} (\| p_l - p_{l+1} \|) + \| p_n - p_l \|$$
(3)

#### 3) Restricciones de igualdad

El enfoque propuesto de planificación de trayectorias no considera restricciones de desigualdad, sin embargo, sí se considera una única restricción de igualdad, h(x) = 0, que se incluye como un mecanismo para generar trayectorias libres de colisión. La función h(x) indica el número de veces que la trayectoria colisiona con algún obstáculo dentro del espacio de trabajo, por lo que es necesario asignar una geometría 3D a la trayectoria para calcular h(x). Ya que la trayectoria está compuesta por los puntos de inicio y destino, un conjunto de puntos de control y los bordes entre todos los pares de puntos consecutivos, se consideran dos geometrías para representar la trayectoria:

- Geometrías esféricas S<sub>l</sub>, ∀ l = 1, ..., n que se seleccionan para representar todos los puntos de control, el diámetro de cada esfera depende de la dimensión del UAV y viene representado por d<sub>s</sub> = || d<sup>u</sup> ||, mientras que su centro está localizado en el punto de control p<sub>l</sub>. La figura 3 muestra la geometría esférica asociada con un punto de control arbitrario p<sub>l</sub>, y su relación con el OBB del UAV.
- Geometrías OBBs  $E_l, \forall l = 1, ..., n + 1$  que son adoptados para representar las caras de la trayectoria, para esto, el ancho de la trayectoria es  $x^u$ , la altura es  $z^u$  y el largo es la distancia Euclidiana  $d_E$ , entre los extremos de los puntos de las caras de la trayectoria. El centro del OBB está localizado a la mitad de los puntos extremos y está orientado considerando un vector de dirección hacia adelante dado por la diferencia de los puntos extremos y un vector de dirección apuntando hacia arriba. La figura 4 muestra el OBB asociado al borde entre dos puntos de control consecutivos  $p_l$  y  $p_{l+1}$  y su relación con el OBB del UAV.



**Figura 3.** El OBB del UAV está envuelto por una esfera que representa un punto de control.

La figura 5 ejemplifica el uso de todas las geometrías consideradas en un espacio de trabajo con un obstáculo, esta figura muestra una trayectoria arbitraria con tres puntos de control interconectados desde el punto de partida al punto de llegada, en donde, las geometrías esféricas permiten cambios de dirección (rotación) del UAV y las geometrías OBBs permiten desplazamientos en línea recta.



Figura 4. El OBB del UAV está envuelto por el OBB que corresponde al borde entre dos puntos de control.

Dada la representación 3D de la trayectoria, la única restricción de igualdad se define en (4), donde,  $c(G_1, G_2)$  en (5) es la función que determina una colisión entre las geometrías  $G_1$  y  $G_2$  que se basa en el teorema de ejes separados tridimensional (SAT).

$$h(x) = \sum_{k=1}^{n_o} \sum_{l=1}^{n} c(B_k, S_l) + \sum_{k=1}^{n_o} \sum_{l=1}^{n+1} c(B_k, E_l)$$
(4)

$$c(G_1, G_2) = \begin{cases} 1, si \ G_1 \text{ intersecta} \ G_2 \\ 0, en \text{ otro } caso \end{cases}$$
(5)

4) Restricciones de caja

La localización de los puntos de control en el vector de variables de diseño (2) está limitado al espacio dentro de la



**Figura 5.** Ejemplo de una trayectoria con tres puntos de control y un obstáculo en el centro del escenario.

Geometría del espacio de trabajo, entonces, para un punto de control arbitrario  $x_k = p_l$ , los límites inferiores son:

$$x_k^{lb} = [-\frac{1}{2}x^w, -\frac{1}{2}y^w, 0]^T \text{ y los límites superiores son:} x_k^{ub} = [-\frac{1}{2}x^w, -\frac{1}{2}y^w, -\frac{1}{2}z^w]^T.$$

## C. Optimizadores

El problema de planificación de trayectorias descrito anteriormente es restringido, altamente no lineal y tiene una naturaleza multimodal (respecto a las posibles combinaciones de los puntos de control alineados en una solo cara de la trayectoria). Además, para espacios de trabajo complejos como escenarios con una gran cantidad de obstáculos, es difícil proponer una solución inicial, por lo que las técnicas de planificación inteligentes como las metaheurísticas se prefieren sobre los enfoques de optimización clásicos en la búsqueda de trayectorias optimizadas.

#### 1) Metaheurísticas

son técnicas computacionales Las metaheurísticas estocásticas diseñadas para encontrar soluciones adecuadas a problemas difíciles de optimización, como lo es el de planificación de trayectorias, a un costo razonable [21,17]. A pesar de que muchas metaheurísticas han sido desarrolladas a través del tiempo, ninguna de ellas puede resolver todos los tipos de problemas como se plantea en el eteorema de No Free Lunch (NFL) [18]. Entre los optimizadores metaheurísticos, Evolución Diferencial (DE), el Algoritmo Genético (GA) y la Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) se utilizan de forma recurrente en la literatura especializada para la solución de una gran cantidad y variedad de problemas de optimización que muestran un rendimiento excepcional [22,19]. Por esta razón, los optimizadores mencionados anteriormente se adoptan para la solución del problema de planificación inteligente de trayectorias.

Debido a la presencia de restricciones duras en el problema de planificación de trayectorias, es necesario un mecanismo de manejo de restricciones para elegir las mejores alternativas teniendo en cuenta su viabilidad. Además, para escenarios muy complejos, la probabilidad de obtener una trayectoria factible aleatoria en las primeras generaciones/iteraciones de las metaheurísticas es demasiado baja, por lo que es necesario un mecanismo de búsqueda de ruta mejorado.

## 2) Mecanismo de manejo de restricciones

Para los algoritmos metaheurísticos seleccionados, se necesita un criterio de adecuación para decidir si una solución es mejor que otra. Ese criterio se utiliza para determinar los sobrevivientes o para actualizar el conocimiento de la solución. El enfoque de planificación de trayectorias propuesto adopta una variación de las reglas descritas en [20]. Dichas reglas determinan la adecuación de la solución en función de su factibilidad y convergencia por separado, en lugar de utilizar estas características juntas en un único criterio que considera la penalización de la función objetivo. Las reglas mencionadas anteriormente se establecen en un torneo de selección del operador de la siguiente manera:

- Se prefiere cualquier camino factible a uno inviable.
- Entre dos caminos posibles, se prefiere el que tenga la longitud más corta.
- Entre dos caminos inviables, se prefiere el que tiene la menor cantidad de colisiones.

Además de las reglas anteriores, si dos caminos inviables tienen el mismo número de colisiones, la solución más adecuada se selecciona al azar. El criterio anterior se adopta en las etapas de selección en los algoritmos de Evolución Diferencial y Genético y se usa para determinar las mejores posiciones conocidas por las partículas y el enjambre en el algoritmo PSO.

#### 3) Mecanismo de búsqueda de trayectoria mejorado

La presencia de amenazas y obstáculos restringe el espacio de vuelo seguro del UAV. Cuanto menor sea el espacio de vuelo seguro, mayor será la dificultad para calcular estocásticamente un camino factible. Como se describió anteriormente, las técnicas metaheurísticas como DE, GA y PSO inician la búsqueda a partir de un conjunto de soluciones candidatas aleatorias. Si el espacio de trabajo es muy complejo, encontrar la primera trayectoria factible puede llevar mucho tiempo y consumir muchos recursos computacionales.

Debido a lo anterior, los algoritmos metaheurísticos seleccionados están dotados de un mecanismo de búsqueda de trayectoria mejorado. Para cada metaheurística, este mecanismo alimenta el primer conjunto de soluciones con una única alternativa factible obtenida de un generador de trayectoria determinista, es decir, un individuo/partícula de la población/enjambre. Entre los generadores de caminos en la literatura especializada, el algoritmo A-Estrella es una alternativa eficiente bien conocida que encuentra determinísticamente caminos viables sub-óptimos en escenarios complejos. Por lo tanto, se adopta A-Estrella para alimentar la metaheurística con una única solución viable. En este trabajo, A-Estrella usa la función de costo  $\hat{f}(q) =$  $\hat{h}(q) + \hat{g}(q)$  que se presenta en, donde q es la celda siguiente,  $\hat{h}(q)$  es la función heurística de Manhattan que mide el costo de la ruta desde q hasta el objetivo, y  $\hat{g}(q)$  es el costo desde la celda inicial hasta q.

El camino logrado por A-Estrella es una lista de celdas consecutivas desde la ubicación de inicio hasta la ubicación del destino. Con base en la lista anterior, se extrae un conjunto de puntos de control del centro de cada celda en la trayectoria y luego se incluye en el conjunto de la solución inicial de las metaheurísticas. Entonces, el número de puntos de control también es determinado por A-Estrella. Debido a que los caminos encontrados por A-Estrella pueden contener varias celdas consecutivas a lo largo del mismo borde, se propone una estrategia de poda para eliminar todas las celdas sucesivas con la misma dirección de movimiento. Esta variante de A-Estrella se conoce a partir de ahora como A-Estrella depurado. Usando el A-Estrella depurado, se obtiene una ruta equivalente con un número menor de celdas y, en consecuencia, los optimizadores metaheurísticos requieren ajustar un número menor de puntos de control.

## II. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

## A. Detalles experimentales

El OBB del UAV se considera de acuerdo con las siguientes dimensiones  $d^u = [0.175, 0.24, 0.065]^T$  (m) para permitir maniobras de corto alcance. Tres escenarios

son problemas de planificación de trayectorias muy complejos. Se consideran celdas cúbicas de dimensión 1(m) para discretizar el espacio de trabajo del algoritmo A-Estrella depurado, para todos los escenarios, tal como se muestra en la Tabla 1. Es importante señalar que el valor anterior denota el número de puntos que necesitan ser ajustados por las metaheurísticas en la búsqueda de la trayectoria en el espacio continuo.

Los algoritmos evolutivos que se utilizaron para resolver el problema de planificación son: Evolución diferencial (DE), por enjambre de partículas (PSO) y Genético (GA). Cada uno con el mecanismo de manejo de restricciones y el mecanismo mejorado de búsqueda de trayectoria descritos en la Sección II. El resto de detalles y parámetros utilizados en las metaheurísticas se describen a continuación:

Evolución diferencial:

La variante DE/best/1/bin fue utilizada con los parámetros F = 0.7 y CR = 0.8.

 Algoritmo Genético: Se utilizó la versión propuesta en, esta variante de GA utiliza la mutación polinomial (PM), la cruza binaria simulada (SBX) y la selección de torneo binario. Los parámetros utilizados son la probabilidad de



Figura 6. Escenarios utilizados para probar la efectividad de la propuesta

diferentes se desarrollaron en Unity para probar la efectividad del nuevo enfoque de planificación de trayectorias. Los escenarios de muestran en la figura 6. Los escenarios son versiones 3D modificadas de escenarios complejos en 2D tomados del repositorio de mapas de planificación de movimiento. Los escenarios de la figura 6 comparten la misma dimensión del espacio de trabajo,  $d^w = [30,30,4]^T$  (m) y la ubicación de los puntos de inicio y destino se resalta en verde y rojo, respectivamente. La Tabla 1 muestra información detallada acerca del número de obstáculos  $n_o$ , la ubicación de los puntos de inicio  $p_s$  y final  $p_t$  y desde luego la complejidad  $\rho$ . La complejidad  $\rho$  es la tasa de trayectorias factibles (libres de colisión) en un conjunto de un millón de alternativas generadas al azar usando el número de puntos de control dado por el algoritmo A-Estrella depurado. Un valor muy pequeño de  $\rho$  implica una mayor complejidad en el problema de planificación de trayectorias. De acuerdo con los valores de  $\rho$ en la Tabla 1 los escenarios adoptados para los experimentos

cruza  $p_c = 1.0$ , probabilidad de mutación  $p_m = 0.1$ , el índice de distribución SBX  $\eta_c = 100$  y el índice de distribución PM  $\eta_M = 100$ .

• PSO: La variante elegida utiliza una topología totalmente conectada con factor de inercia variable. Los valores de PSO son: factor local  $C_1 = 2.5$ , factor global  $C_2 = 1.5$  y los valores mínimos y máximos de inercia  $w_{max} = 0.1$  y  $w_{min} = 0$ .

Las configuraciones de los parámetros de los algoritmos anteriores se obtuvieron a prueba y error, a partir de los valores de los parámetros reportados en sus correspondientes investigaciones. Todos los optimizadores anteriores se asignan con la misma población / tamaño de enjambre NP = 200 y el mismo número de generaciones/iteraciones  $G_{max} = 2000$  para realizar comparaciones justas, los

algoritmos se implementaron en lenguaje *C*# en una PC con un núcleo i5-7th con un procesador a 2.7 GHz y 8GB de RAM.

los mejores optimizadores DE y GA. Destaca el nivel de convergencia de la propuesta hacia la solución óptima. Es importante mencionar que, si bien DE y GA muestran

Escenario	Nombre	Obstáculos $(\eta_o)$	Punto de Inicio $(p_s)$	Punto de llegada $(p_t)$	Puntos de control (n)	Complejidad (ρ)
E1	Tunnel dogleg	10	$[14, 1, -14]^T$	$[-14,1,14]^T$	12	0 (0.0000%)
E2	Clasps	18	$[14, 1, -14]^T$	$[-14, 1, 14]^T$	21	0 (0.0000%)
E3	Plankpile	16	$[14, 1, -14]^T$	$[-14,1,14]^T$	15	0 (0.0000%)

Tabla 1. Detalles de los escenarios desarrollados en Unity

## B. Resultados experimentales

Se realizaron treinta ejecuciones independientes de los optimizadores DE, GA y PSO para cada escenario para mostrar la efectividad de la propuesta. Es importante resaltar que no existen soluciones inviables al final de la generación/iteración de estos algoritmos, es decir, todas las alternativas generan caminos libres de colisiones. Los resultados del análisis estadístico descriptivo se muestran en la Tabla 2. La información de esta tabla está agrupada por escenario, que se indica en la primera columna.

diferentes ventajas en la planificación de rutas, solo PSO está lejos de tener el mejor desempeño en todas las comparaciones. Lo anterior se atribuye a la falta de un mecanismo de selección en la operación de PSO, que sí se incluye tanto en el optimizador DE como en el GA.

La figura 7 muestra las treinta trayectorias obtenidas por cada optimizador para todos los escenarios. En esta figura, los cuadrados verde y rojo representan los puntos de inicio y destino, respectivamente. Una trayectoria de color más obscuro indica que la longitud está más cerca del valor  $J_{min}$  en la Tabla 2. De manera análoga, un camino de color más

Escenario	Optimizador	Media (J) (m)	Std(J)(m)	$J_{min}$ (m)	$J_{max}$ (m)
E1	DE	42.6259	0.8801	41.9969	45.6200
ho = 0.0000	GA	42.3596	0.1495	42.1967	42.8054
	PSO	44.8528	1.0028	42.9946	47.8268
E2	DE	67.2781	1.0089	66.2242	70.4953
ho = 0.0000	GA	66.6862	0.2205	66.3242	67.2439
	PSO	79.7791	3.2780	75.3027	86.3999
E3	DE	54.9793	0.0794	54.8358	55.1416
ho = 0.0000	GA	54.9976	0.0781	54.8855	55.1637
	PSO	62.0908	2.1669	58.4176	67.2183

Tabla 2. Resultados del análisis estadístico descriptivo

Cada grupo describe los resultados obtenidos por cada optimizador. Incluye la longitud media del camino Mean(J) y la correspondiente desviación estándar Std(J), la longitud de la trayectoria más corta  $J_{min}$  y la longitud de la trayectoria más larga  $J_{max}$ . Los mejores resultados son resaltados en negritas.

La Media (J) en la Tabla 2. Indica que GA puede encontrar las mejores trayectorias para los escenarios E1 y E2. Por otra parte, DE encuentra las mejores soluciones para el escenario E3 además de que se observa que el rendimiento de GA en comparación con DE es muy similar. En el caso del optimizador PSO no supera a los otros dos optimizadores. En cuanto a los valores Std (J), describen la repetibilidad y la confianza de los resultados. En este sentido, el optimizador GA obtiene trayectorias similares en cada ejecución para todos los escenarios y es seguido por los optimizadores DE y PSO en ese orden. Considerando el valor  $J_{min}$ , DE obtiene las mejores trayectorias más cortas en todos los casos y de acuerdo con Jmax GA obtiene las mejores trayectorias más largas para el escenario E2. A pesar de las diferencias de rendimiento observadas, el valor Std (J) exhibe pequeñas desviaciones (en el intervalo de 1.0089 (m) y 0.0794 (m)) para claro señala una longitud similar al valor  $J_{max}$  de la misma tabla. Las trayectorias mostradas en la figura 7 pueden ser contrastadas con los valores en la tabla 2, en esta figura, las trayectorias del GA parecen ser similares y estar separadas uniformemente alrededor de una forma media, como sugirió antes el valor Std (J). Por otro lado, los caminos obtenidos por DE parecen converger en un conjunto reducido de formas. Aunque estas formas son visiblemente diferentes, su longitud media es sobresaliente. Entonces, DE podría encontrar diferentes mejores soluciones locales, es decir, diferentes trayectorias con longitudes congruentes (con respecto al valor bajo de Std (J)). En el caso del optimizador PSO, los caminos logrados están dispersos y no se puede distinguir fácilmente una forma media. Lo anterior conduce a un pobre desempeño discutido anteriormente.

En este trabajo se adopta la prueba de Wilcoxon por pares para obtener conclusiones sólidas acerca de las pruebas realizadas. La prueba permite obtener diferencias medias significativas de la distribución de longitudes encontradas por los optimizadores para un solo escenario. Para esta prueba se considera una hipótesis nula bilateral y la significancia estadística de la prueba se establece en 5%. La hipótesis nula bilateral afirma que la mediana de dos distribuciones es idéntica y puede rechazarse si el valor resultante es inferior al

Identify applicable funding agency here. If none, delete this text box.



Figura 7. Trayectorias obtenidas por cada uno de los optimizadores metaheurísticos para todos los escenarios

5%. Los resultados de la prueba de Wilcoxon pueden observarse en la Tabla 3. Las pruebas están agrupadas por escenario y muestran todas las posibles pruebas por parejas, así como también su valor p resultante. El valor  $R_+$  indica las veces que el primer optimizador supera al segundo, mientras que el valor R\_indica lo contrario. La mejor alternativa se hace resaltar en negritas en dicha prueba. En la mayoría de las pruebas por pares, hay un claro ganador, es decir, el valor ppermite el rechazo de la hipótesis nula. Solo en el caso de E1 el desempeño de los algoritmos DE y GA son igualmente buenos, por lo que se acepta la hipótesis nula. Los resultados de la prueba de Wilcoxon están resumidos en la Tabla 4, para ayudar a seleccionar el optimizador más adecuado para el problema de planificación de trayectorias. De acuerdo con el número total de victorias en esta tabla, el algoritmo DE tiene el mejor rendimiento general, y es seguido por GA y PSO en ese orden. Adicionalmente, los caminos logrados por el algoritmo A-Estrella depurado se consideran como un punto de comparación para determinar las ventajas e inconvenientes de la propuesta. La información de estos caminos se puede consultar en la Tabla 5. Esta tabla indica la longitud J y el número de puntos de control n de las trayectorias obtenidas por el algoritmo A-Estrella depurado para cada escenario. Un posible inconveniente de la propuesta con respecto al método

A-Estrella depurado es el costo computacional. Dado que la propuesta requiere la trayectoria calculada por el método A-Estrella depurado, su costo es siempre mayor que el de la última. En términos de tiempo computacional, la propuesta requiere aproximadamente el triple del tiempo del A-Estrella depurado para generar una trayectoria optimizada. Sin embargo, el costo es asequible con el hardware considerado, y el tiempo medio requerido para calcular una trayectoria con la propuesta para el escenario E2 (considerado complejo) es de 30 (s).

Las formas de las trayectorias del algoritmo A-Estrella depurado se muestran en la Figura 8. Con base en estas formas es posible observar algunas similitudes con las trayectorias presentadas en la figura 7. Por ejemplo, las trayectorias obtenidas por el optimizador PSO parecen conservar bastantes características de las soluciones originales de A-Estrella depurado; de ahí que se pueda explicar su bajo rendimiento. En los casos de los optimizadores DE y GA, sus trayectorias presentan pocas coincidencias con las del A-Estrella depurado, lo que se confirma por las notables diferencias de rendimiento en las Tablas 2 y 5. Por último, las trayectorias logradas por el algoritmo A-Estrella depurado y las mejores calculadas por el optimizador DE se muestran en las Figuras

9 y 10, respectivamente. Al contrastar las trayectorias en ambas figuras, DE obtiene caminos visiblemente más suaves que el algoritmo A-Estrella depurado, es decir, caminos con menos cambios de dirección.

colisiones de la geometría de obstáculos 3D y también de la forma de la trayectoria 3D.

El planteamiento del problema de la planificación de trayectorias como una optimización global limitada conlleva

Escenario	Prueba por parejas	R <sub>+</sub>	<i>R</i> _	p-value
E1	DE vs GA	233	232	1
ho = 0.0000	DE vs PSO	457	8	4.6566E-08
	GA vs PSO	465	0	1.8626E-09
E2	DE vs GA	330	135	0.0225-E08
ho = 0.0000	DE vs PSO	465	0	1.8626E-09
	GA vs PSO	465	0	1.8626E-09
E3	DE vs GA	273	192	0.4161E-09
ho = 0.0000	DE vs PSO	465	0	1.8626E-09
	GA vs PSO	465	0	1.8626E-09
Tabla 3. Resultados del análisis estadístico no paramétrico				

Escenario	DE	GA	PSO	
E1 $\rho$ = 0.0000	1	1	0	
E2 $\rho = 0.0000$	2	1	0	
E3 $\rho$ = 0.0000	1	1	0	
Total de victorias	4	3	0	
Tabla 4. Resumen del análisis estadístico no paramétrico				

Escenario	$J_{(m)}$	Puntos de Control ( <i>n</i> )		
E1 $\rho$ = 0.0000	56.4641	12		
$E2 \rho = 0.0000$	89.3992	21		
E3 $\rho$ = 0.0000	71.1115	15		
Tabla 5. Resultados determinísticos del algoritmo A-Estrella   depurado				

#### III. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El enfoque de planificación de trayectorias propuesto encuentra las trayectorias viables (libres de colisiones) para vehículos aéreos no tripulados en espacios continuos 3D, basado en la solución de un problema de optimización global restringido, el cual, tiene como objetivo minimizar la función objetivo, que considera la longitud total del camino, al mismo tiempo que satisface las restricciones relacionadas con las varias ventajas. La más representativa está relacionada con el cálculo de trayectorias en un espacio de búsqueda continuo. De esta manera, las trayectorias optimizadas tienen un mayor rendimiento en comparación con las soluciones de los métodos de planificación de trayectorias basados en la discretización del espacio de búsqueda como el método A-Estrella. Lo anterior es porque este tipo de métodos solo encuentran un número fijo de trayectorias, mientras que el número de alternativas que el enfoque propuesto puede encontrar es inconmensurable.

Por otro lado, el uso de formas 3D simples para representar el espacio de trabajo (usando un AABB), los obstáculos (a través de OBB) y la trayectoria (adoptando OBBs y geometrías esféricas), permite el cálculo eficiente y asequible de colisiones (por el teorema SAT). Además, se ajusta a un marco para establecer un equilibrio adecuado entre la precisión de la planificación de trayectorias y el costo computacional.

Por su propia naturaleza, los problemas de planificación de trayectorias son complejos con respecto a características como alta no linealidad, multimodalidad, no diferenciabilidad y la falta de una solución de conjetura inicial. Entonces, las metaheurísticas son candidatas excepcionales para encontrar soluciones adecuadas. Debido a la ausencia de una metaheurística universal (como se indica en el teorema de "No Free Lunch"), se adoptaron tres metaheurísticas bien conocidas, DE, PSO y GA, para mostrar la efectividad de la propuesta para tres escenarios complejos. Todos estos métodos están dotados de un mecanismo de búsqueda de trayectoria mejorado en el conjunto de soluciones inicial y reglas de viabilidad para manejar las restricciones.

Los métodos de penalización incluidos en las metaheurísticas para manejar problemas restringidos no discriminan soluciones inviables. Lo anterior puede ser peligroso para la misión de vuelo del UAV. Esta dificultad se supera en este trabajo mediante el uso de un mecanismo de manejo de restricciones que permite la búsqueda de soluciones



Figura 8. Trayectorias obtenidas por el algoritmo A-Estrella depurado



Figura 9. Trayectorias obtenidas por el algoritmo A-Estrella depurado

ponderando primero su viabilidad y luego su convergencia. Después de análisis estadísticos descriptivos y no paramétricos sobre los resultados de tres casos de prueba complejos, los caminos encontrados por DE mostraron un comportamiento sobresaliente en términos de convergencia y nivel de confianza. Además, el enfoque de planificación de trayectorias propuesto presenta ventajas de rendimiento sobre un método conocido y ampliamente utilizado como A-Estrella. Como trabajo futuro, el problema de optimización global restringido presentado en este trabajo puede extenderse a uno dinámico para manejar entornos cambiantes e inciertos. El nuevo problema debe considerar la información de obstáculos y amenazas que varía en el tiempo dentro de un rango de visibilidad. Entonces, la solución a ese problema será el seguimiento en línea de la trayectoria óptima. Además, la asignación de formas 3D más simples a los elementos del espacio de trabajo y el uso de versiones dinámicas de técnicas metaheurísticas podrían ser necesarias para lograr una implementación en tiempo real y evitar el cálculo de la trayectoria desde cero.



Figura 10. Mejores trayectorias obtenidas por el algoritmo DE para todos los escenarios

## AGRADECIMIENTOS

Los autores reconocen el apoyo de CONACYT a través de una beca para realizar estudios de posgrado en el Instituto Politécnico Nacional.

#### BIBLIOGRAFÍA

- J. M. Beer, A. D. Fisk, and W. A. Rogers, "Toward a framework for levels of robot autonomy in human-robot interaction," *J. human-robot Interact.*, vol. 3, no. 2, p. 74, 2014.
- [2] R. M. C. Santiago, A. L. De Ocampo, A. T. Ubando, A. A. Bandala, and E. P. Dadios, "Path planning for mobile robots using genetic algorithm and probabilistic roadmap," in 2017IEEE 9th International Conference on Humanoid, Nanotechnology, Information Technology, Communication and Control, Environment and Management (HNICEM), 2017, pp. 1–5, doi: 10.1109/HNICEM.2017.8269498.
- [3] L. Liu, H. Wang, C. Li, and C. Zhao, "Research and application of plan recognition in Intelligent Tutoring System," in 2011 IEEE International Symposium on IT in Medicine and Education, 2011, vol. 2, pp. 53–56.
- [4] N. Mahmoudian, J. Geisbert, and C. Woolsey, "Approximate analytical turning conditions for underwater gliders: Implications for motion control and path planning," *IEEE J. Ocean. Eng.*, vol. 35, no. 1, pp. 131–143, 2010.
- [5] R. Siegwart, I. R. Nourbakhsh, and D. Scaramuzza, *Introduction to autonomous mobile robots*. MIT press, 2011.
- [6] V. Lumelsky and K. Sun, "A unified methodology for motion planning with uncertainty for 2d and 3d two-link robot arm manipulators," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 9, no. 5, pp. 89–104, 1990.
- [7] M. Elhoseny, A. Tharwat, and A. E. Hassanien, "Bezier curve based path planning in a dynamic field using modified genetic algorithm," *J. Comput. Sci.*, vol. 25, pp. 339–350, 2018.
- [8] H. A. Ruff, S. Narayanan, and M. H. Draper, "Human interaction with levels of automation and decision-aid fidelity in the supervisory control of multiple simulated unmanned air vehicles," *Presence Teleoperators Virtual Environ.*, vol. 11, no. 4, pp. 335– 351, 2002.
- [9] R. Mahony and V. Kumar, "Aerial robotics and the quadrotor," *IEEE Robot. Autom. Mag.*, vol. 19, no. 3, p. 19, 2012.
- [10] F. P. Kemper, K. A. O. Suzuki, and J. R. Morrison, "UAV consumable replenishment: design concepts for automated service

stations," J. Intell. Robot. Syst., vol. 61, no. 1-4, pp. 369-397, 2011.

- [11] L. Yang, J. Qi, D. Song, J. Xiao, J. Han, and Y. Xia, "Survey of robot 3D path planning algorithms," *J. Control Sci. Eng.*, vol. 2016, 2016.
- [12] Y. Lin and S. Saripalli, "Sampling-based path planning for UAV collision avoidance," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 18, no. 11, pp. 3179–3192, 2017.
- [13] H. Huang, A. V Savkin, and W. Ni, "Energy-Efficient 3D Navigation of a Solar-Powered UAV for Secure Communication in the Presence of Eavesdroppers and No-Fly Zones," *Energies*, vol. 13, no. 6, p. 1445, 2020.
- [14] W. Zhan, W. Wang, N. Chen, and C. Wang, "Efficient UAV path planning with multiconstraints in a 3D large battlefield environment," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014, 2014.
- [15] I. H. Osman and G. Laporte, "Metaheuristics: A bibliography." Springer, 1996.
- [16] T. Bäck, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz, "Handbook of evolutionary computation," *Release*, vol. 97, no. 1, p. B1, 1997.
- [17] J. Crispim and J. Brandão, "Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls," J. Oper. Res. Soc., vol. 56, no. 11, pp. 1296–1302, 2005.
- [18] D. H. Wolpert and W. G. Macready, "No free lunch theorems for optimization," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 1, no. 1, pp. 67– 82, 1997.
- [19] O. Serrano-Pérez, M. G. Villarreal-Cervantes, J. C. González-Robles, and A. Rodr\'\iguez-Molina, "Meta-heuristic algorithms for the control tuning of omnidirectional mobile robots," *Eng. Optim.*, pp. 1–18, 2019.
- [20] K. Deb, "An efficient constraint handling method for genetic algorithms," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 186, no. 2– 4, pp. 311–338, 2000.
- [21] X. Liang, G. Meng, Y. Xu, and H. Luo, "A geometrical path planning method for unmanned aerial vehicle in 2D/3D complex environment," *Intell. Serv. Robot.*, vol. 11, no. 3, pp. 301–312, 2018.
- [22] J. Li, S. Liu, B. Zhang, and X. Zhao, "RRT-A\* motion planning algorithm for non-holonomic mobile robot," in 2014 proceedings of the SICE annual conference (SICE), 2014, pp. 1833–1838.